

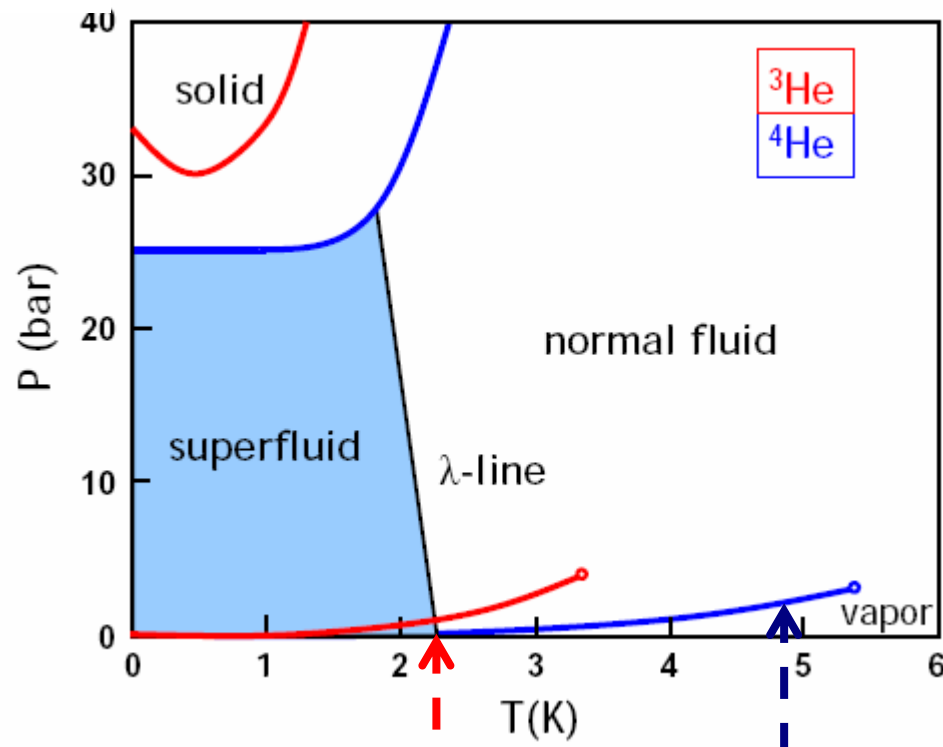
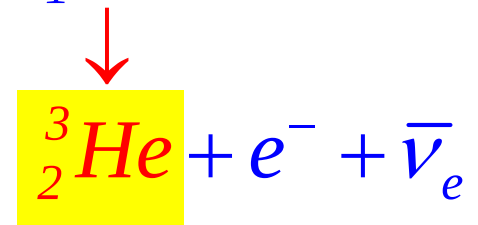
Сверхтекучий ^3He

(по литературе)

- ◆ Введение
- ◆ Свойства нормальной фазы He^3 . Молекулярные поля. Перенормировка магнитной восприимчивости, парамагноны.
- ◆ Неустойчивость нормальной фазы. Механизм спаривания, обмен спиновыми флуктуациями.
- ◆ Структура параметра порядка. Стабильные сверхтекучие фазы в приближении слабой (Balian-Werthamer) и сильной (Anderson-Morel) связи.
- ◆ Открытие сверхтекучести, эффект Померанчука. Применение ЯМР спектроскопии для исследования сверхтекучих фаз. Сдвиг ларморовской частоты и уравнения Легета.
- ◆ Анизотропия В фазы. Текстуры параметра порядка и спиновые волны. Использование ЯМР спектроскопии для наблюдения вихрей в В фазе.

^4He :

воздух, газовые шахты, ...

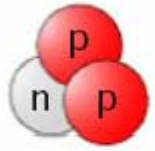
 ^3He :побочный продукт производства
термоядерного оружия β распад тритияSydoriak, *et al.* (1949)

Kamerlingh Onnes (1908)

$$\frac{\text{He}}{\text{air}} \approx 5 \times 10^{-6}, \quad \left. \frac{{}^3\text{He}}{{}^4\text{He}} \right|_{\text{air}} \approx 1 \times 10^{-6}$$

**Исследование ^3He началось в
1947 г.**

Гелий

	^4He	^3He
Электронная оболочка	$2 e^{-}, S = 0$	
Ядро	 $S = 0$	 $S = \frac{1}{2} \hbar$
Статистика	Бозон	Фермион
Фазовый переход	$T_{\lambda} = 2.2 \text{ K}$	$T_c \sim 10^{-3} \text{ K}$

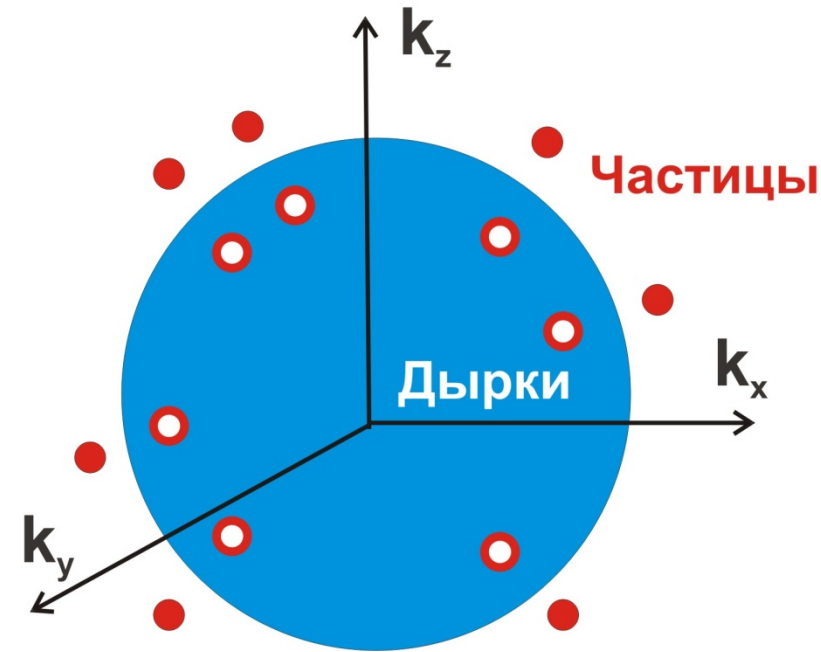
Теория Ферми-жидкости

(свойства жидкого He3 при низких температурах)
Абрикосов, Халатников, УФН 1958

Теория Ферми-жидкости

Элементарные возбуждения

$$\tau/\varepsilon \sim T/\varepsilon_F \ll 1$$



В отличие от идеального газа

$$E \neq \sum \varepsilon_i n(\varepsilon_i)$$

Молекулярные поля:

$$\varepsilon(p, \vec{\sigma}) = \varepsilon_0 + \boxed{\zeta_0 (\vec{\sigma} \cdot \langle \vec{\sigma} \rangle)} + \gamma \hbar (\vec{\sigma} \cdot \vec{H}_{ext})$$



Обменное взаимодействие

Магнитная восприимчивость

$$\chi = \frac{\chi_0}{1 + Z_0/4} \sim 20 \chi_0$$

$$\vec{M} = \chi_0 \vec{H}_{total}$$

$$\vec{H}_{total} = \vec{H}_{ext} + \vec{H}_{mol}$$

$$\vec{H}_{mol} = -(Z_0/4\chi_0) \vec{M}$$

Парамагنون

^3He , парамагнитные металлы

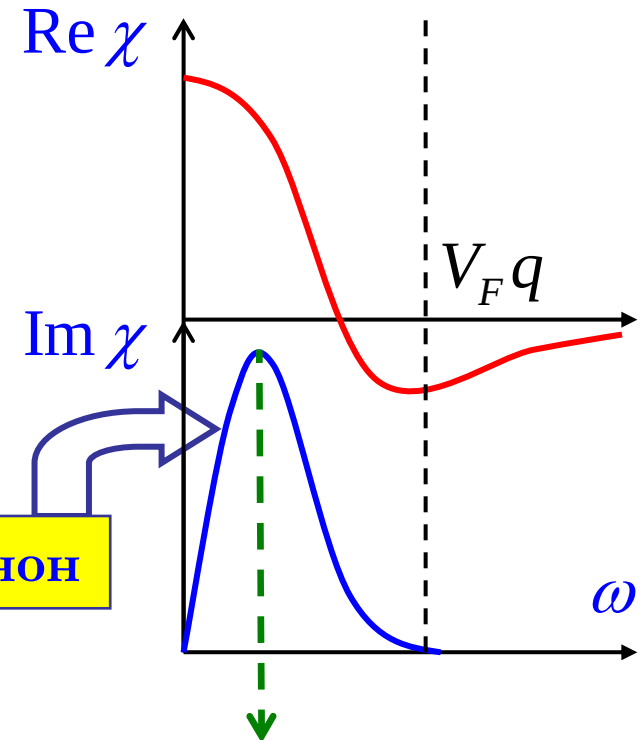
Динамическая магнитная
восприимчивость

$$\chi(q, \omega) = \frac{\chi_0(q, \omega)}{1 + f(s) Z_0/4}$$

Функция Линдхарда

Обмен виртуальными
парамагнонами

Куперовское спаривание



Парамагنون

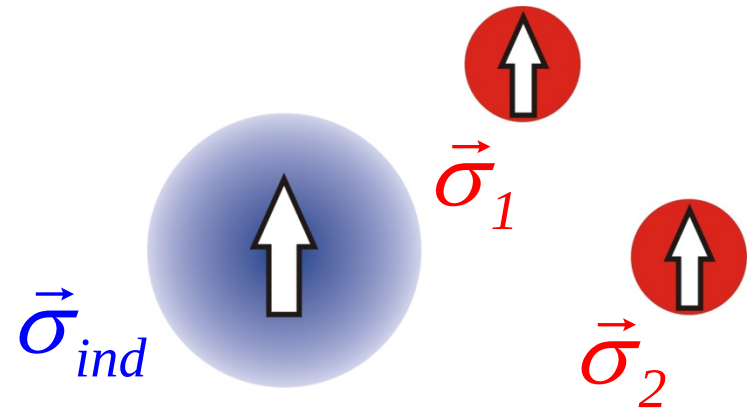
$V_F q (1 - Z_0/4) \ll V_F q$
"Незатухающие"
спиновые флуктуации

Эффективное взаимодействие

$$\varepsilon(p, \vec{\sigma}_1) = \varepsilon_0 + \varsigma_0 (\vec{\sigma}_1 \cdot \langle \vec{\sigma} \rangle)$$

$$\langle \vec{\sigma} \rangle = \vec{\sigma}_2 + \langle \vec{\sigma} \rangle_{ind}$$

$$\langle \vec{\sigma} \rangle = \chi \vec{\sigma}_2$$



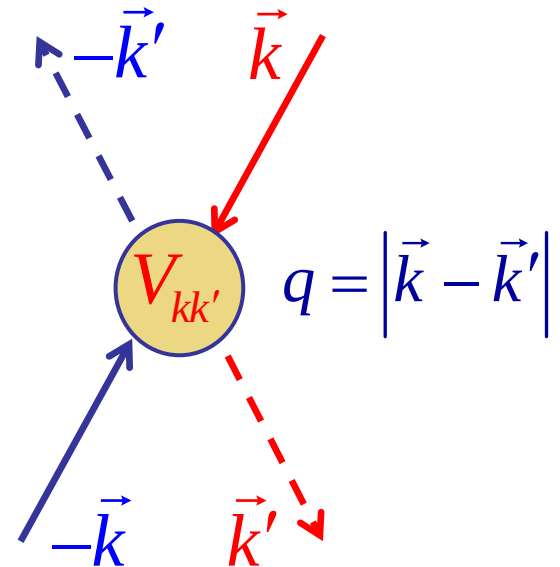
$$V_{eff} = \varsigma_0 (\vec{\sigma}_1 \cdot \langle \vec{\sigma} \rangle_2) + \varsigma_0 (\vec{\sigma}_2 \cdot \langle \vec{\sigma} \rangle_1)$$

Обмен виртуальными парамагнонами

$$V_{eff}(\omega, q) = -Z_0^2 \operatorname{Re} \chi(\omega, q) (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)$$

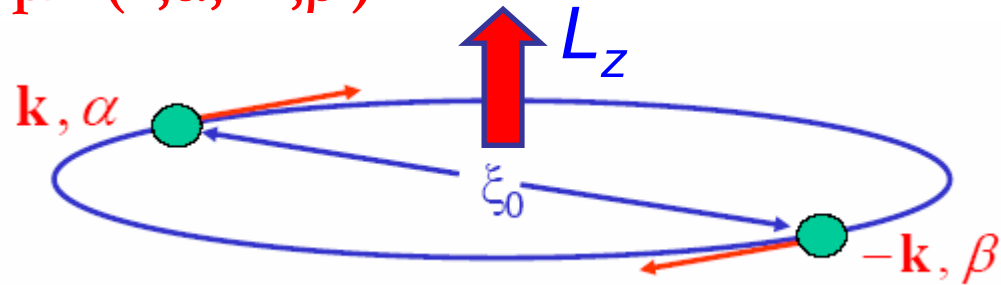
Триpletное спаривание

$$(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) = 1/4 > 0$$



Структура параметра порядка

Куперовские пары $(\mathbf{k}, \alpha; -\mathbf{k}, \beta)$



$$\Psi_{L=2n} = \psi(\vec{k}) |\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow\rangle$$

S=0 (синглет)

$$\begin{aligned} \Psi_{L=2n+1} = & \psi_+(\vec{k}) |\uparrow\uparrow\rangle \\ & + \psi_0(\vec{k}) |\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\rangle \\ & + \psi_-(\vec{k}) |\downarrow\downarrow\rangle \end{aligned}$$

S=1 (триплет)

Структура параметра порядка

S=1 (триплет)

Параметризация:

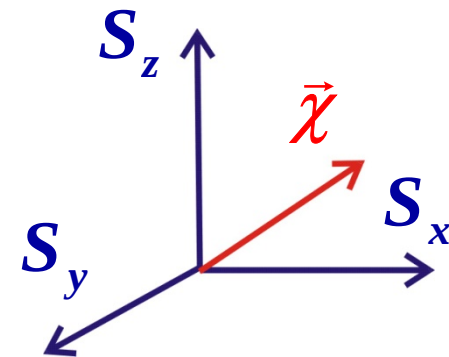
$$\Psi = \underbrace{(\uparrow\uparrow + \downarrow\downarrow)}_{\chi_x} \mathbf{d}_x + i \underbrace{(\uparrow\uparrow - \downarrow\downarrow)}_{\chi_y} \mathbf{d}_y + \underbrace{(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)}_{\chi_z} \mathbf{d}_z = (\vec{d} \cdot \vec{\chi})$$

Вращение спиновых осей:

$$\Psi = (\vec{d} \cdot R^{-1} \vec{\chi}) = (R \vec{d} \cdot \vec{\chi})$$

Вырождение:

$U(1) \times SO^3$



Структура параметра порядка

S=1 (триплет)

Параметризация:

$$\Psi = \underbrace{(\uparrow\uparrow + \downarrow\downarrow)}_{\chi_x} \mathbf{d}_x + i \underbrace{(\uparrow\uparrow - \downarrow\downarrow)}_{\chi_y} \mathbf{d}_y + \underbrace{(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)}_{\chi_z} \mathbf{d}_z = (\vec{d} \cdot \vec{\chi})$$

Для изотропной системы:

$$\vec{d}(\vec{k}) = \sum_{m=-L}^L \vec{a}_m Y_{Lm}(\vec{k})$$

Параметр порядка: $\{\vec{a}_m\}_{-L}^L$

p – спаривание: L=1

$$Y_{1,\pm 1} = k_x \pm ik_y$$
$$Y_{1,0} = k_z$$

$$d_i(\vec{k}) = A_{ij} k_j$$

Параметр порядка: A_{ij}

p – спаривание: l=1

Формы записи параметра порядка

$$\Psi = \underbrace{(\uparrow\uparrow + \downarrow\downarrow)}_{\chi_x} d_x + i \underbrace{(\uparrow\uparrow - \downarrow\downarrow)}_{\chi_y} d_y + \underbrace{(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)}_{\chi_z} d_z$$

1) $d_i(\vec{k}) = A_{ij} k_j$	$\Psi = A_{ij} \chi_i k_j$
2) $\begin{aligned} \uparrow\uparrow &= \chi_{1,+1} \\ \downarrow\downarrow &= \chi_{1,-1} \\ \uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow &= \chi_{1,0} \end{aligned}$	$\Psi = a_{\mu\nu} Y_{1,\nu}(\vec{k}) \chi_{1,\nu}$

р – спаривание: L=1

$$\uparrow\uparrow = \chi_{1,+1}$$

$$\downarrow\downarrow = \chi_{1,-1}$$

$$\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow = \chi_{1,0}$$

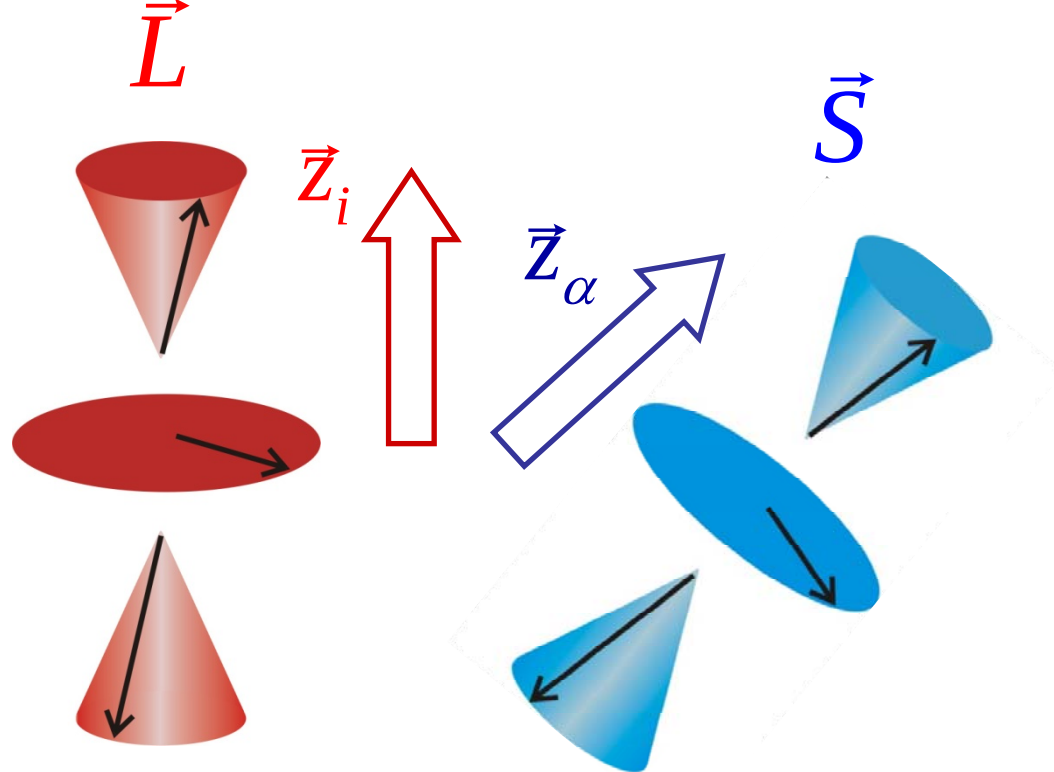
$$\Psi = a_{\mu\nu} Y_{1,\nu}(\vec{k}) \chi_{1,\nu}$$

$$\Psi = A_{ij} \chi_i k_j$$

Вырождение:

$$\tilde{\mathbf{A}} = e^{i\Phi} R^S R^L \hat{\mathbf{A}}$$

$$U(1) \times SO^3 \times SO^3$$



Оси квантования:

$\vec{z}_i$ орбитальный
момент

$\vec{z}_\alpha$ спин

Вращение осей:

$$\vec{z}_i = R^L \tilde{\vec{z}}_i$$

$$\vec{z}_\alpha = R^S \tilde{\vec{z}}_\alpha$$

р - спаривание: L=1

$$\begin{aligned} \uparrow\uparrow &= \chi_{1,+1} \\ \downarrow\downarrow &= \chi_{1,-1} \\ \uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow &= \chi_{1,0} \\ \Psi &= a_{\mu\nu} Y_{1,\nu}(\vec{k}) \chi_{1,\nu} \end{aligned}$$

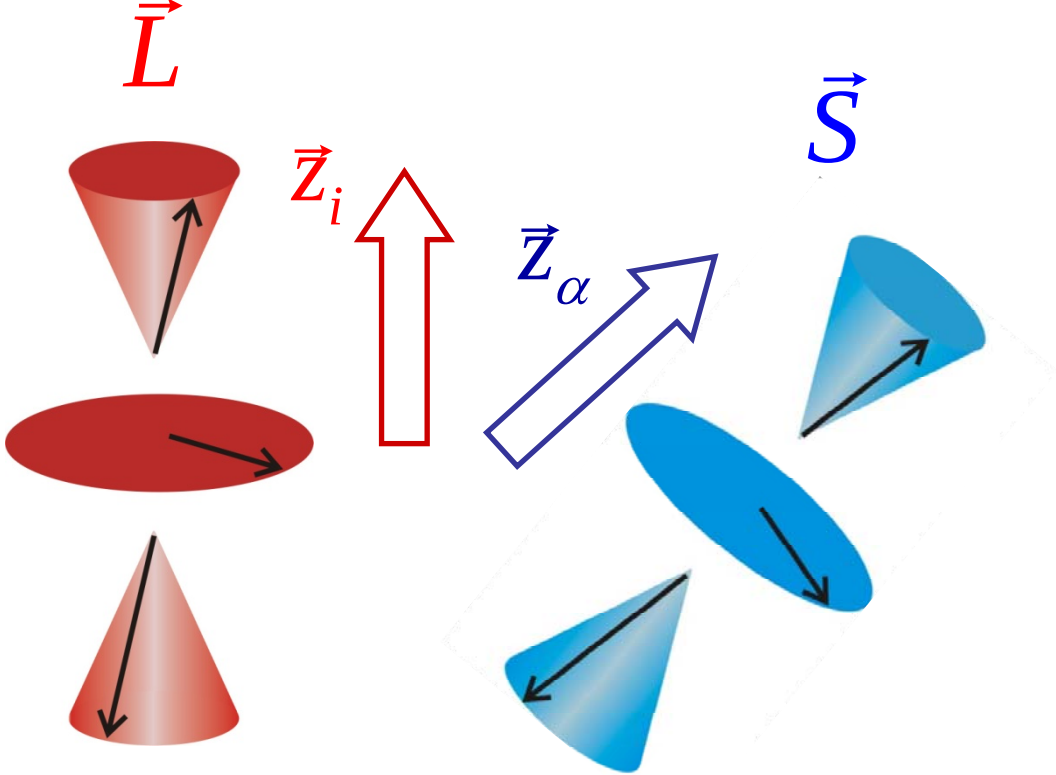
$$\Psi = A_{ij} \chi_i k_j$$

Вырождение:

$$\tilde{\hat{A}} = e^{i\Phi} R^S R^L \hat{A}$$

$$U(1) \times SO^3 \times SO^3$$

Дипольное
взаимодействие

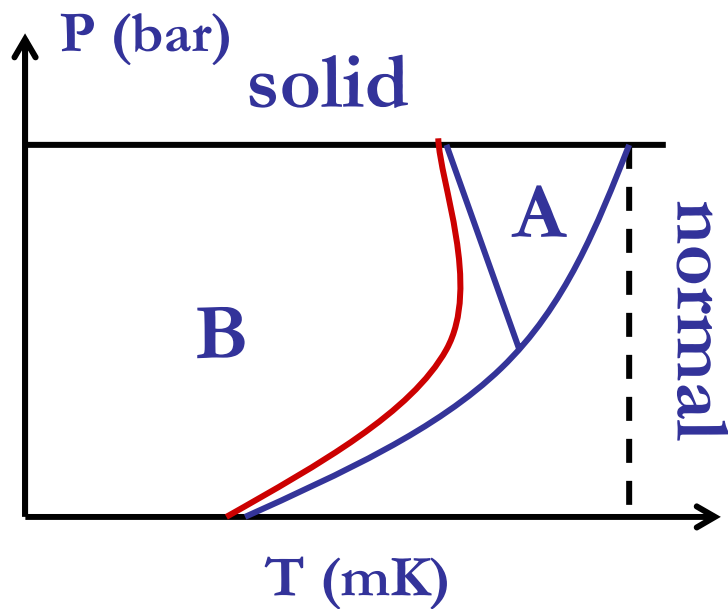


Оси квантования:
 $\vec{z}_i$ орбитальный
момент
 $\vec{z}_\alpha$ спин

Вращение осей:
 $\vec{z}_i = R^L \tilde{\vec{z}}_i$
 $\vec{z}_\alpha = R^S \tilde{\vec{z}}_\alpha$

Фазы сверхтекучего ^3He

Фазовая диаграмма



Параметр порядка:

$$A_{ij}$$

18 компонент

одинаковая T_c

А фаза: $S_z=0, L_z=\pm 1$

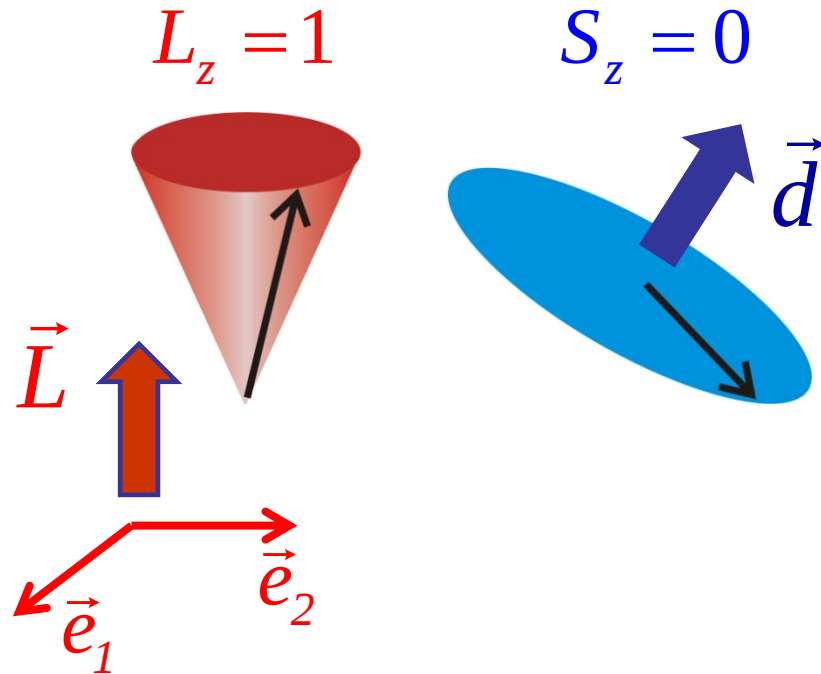
В фаза: $L_z+S_z=0$

A фаза

(Anderson, Brinkman, Morel)

A фаза: $S_z=0, L_z=\pm 1$

$$A_{ij}^A = d_i (e_{1j} + ie_{2j})$$

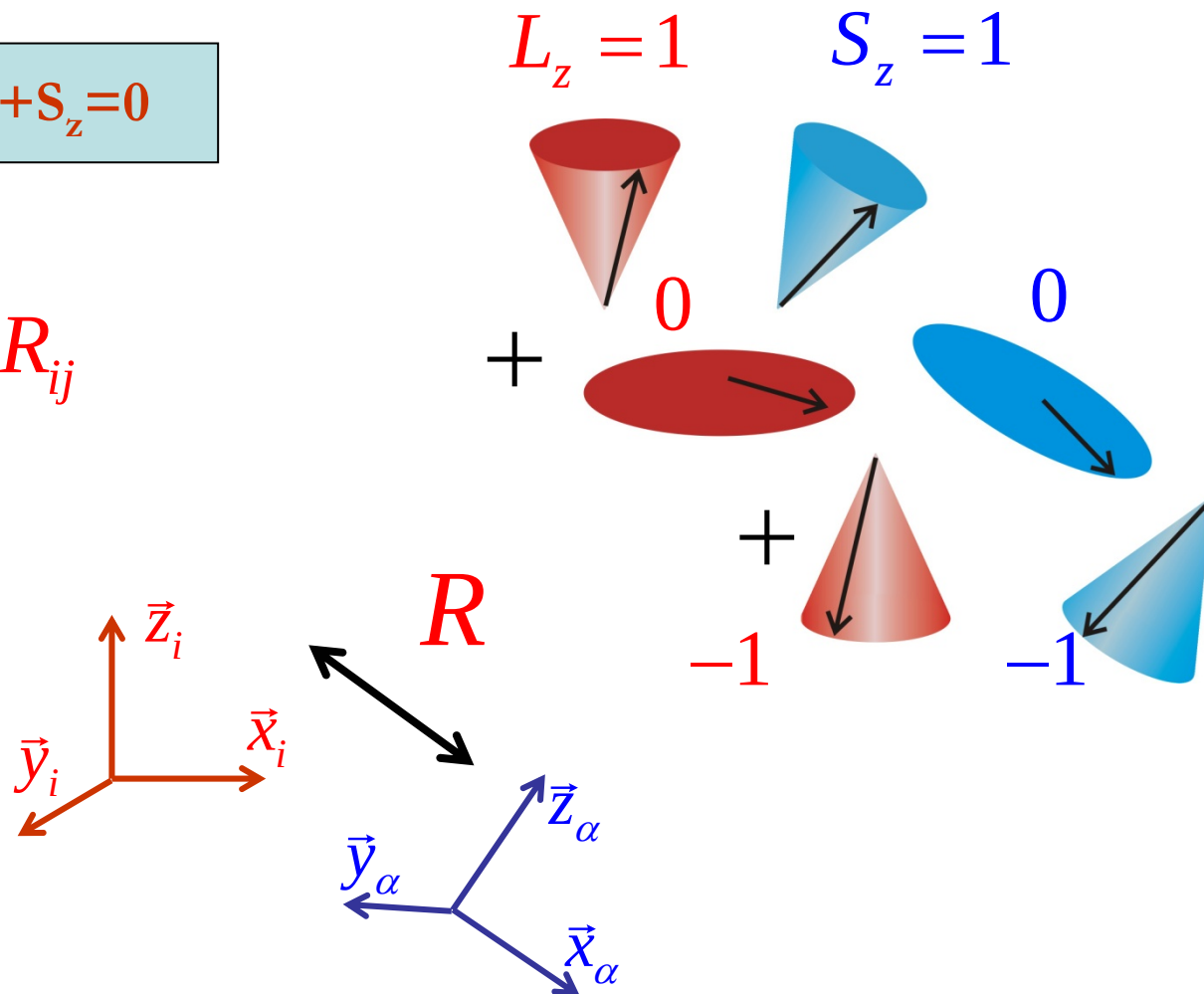


Фазы сверхтекучего ^3He

В фаза (Balian, Werthamer)

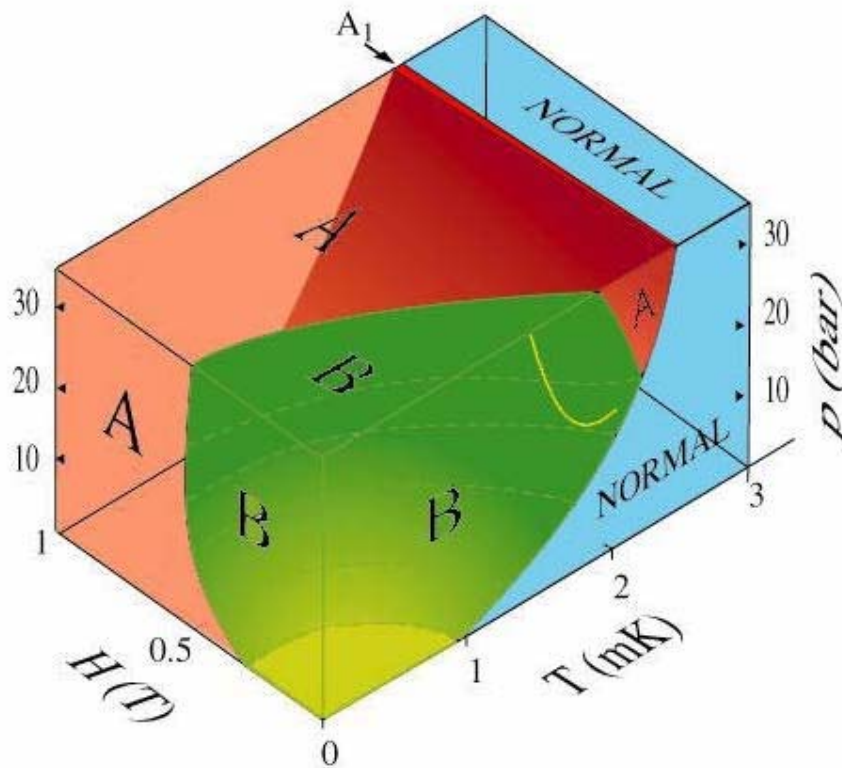
$$\text{В фаза: } L_z + S_z = 0$$

$$A_{ij}^B = R_{ij}$$



Фазы сверхтекучего ^3He

Фазовая диаграмма в магнитном поле



А фаза: $S_z=0, L_z=\pm 1$

В фаза: $L_z+S_z=0$

А₁ фаза: $S_z=1, L_z=-1$

Параметр порядка:

A_{ij}

18 компонент

одинаковая T_c

*Как объяснить фазовую
диаграмму ^3He ?*

Теория БКШ (слабая связь)

Balian, Werthamer (1963)

$$H = \sum_{k,s} \varepsilon(k) a_{k,s}^+ a_{k,s} + \sum_{k,s} V_{s_1,s_2,s_3,s_4}(\mathbf{k},\mathbf{k}') a_{-\mathbf{k},s_1}^+ a_{\mathbf{k},s_2}^+ a_{\mathbf{k}',s_3} a_{-\mathbf{k}',s_4}$$

$$V_{s_1,s_2,s_3,s_4}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = \langle -\mathbf{k},s_1; \mathbf{k},s_2 | V | -\mathbf{k}',s_4; \mathbf{k}',s_3 \rangle$$

$$\Delta_{s,s'}(\mathbf{k}) = - \sum_{\mathbf{k}',s_3,s_4} V_{s'ss_3s_4}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \langle a_{\mathbf{k}',s_3} a_{-\mathbf{k}',s_4} \rangle$$

p – спаривание: L=1

$$V(\vec{k},\vec{k}') = -g(\vec{k} \cdot \vec{k}')$$

Выгодна В фаза

Сильная связь

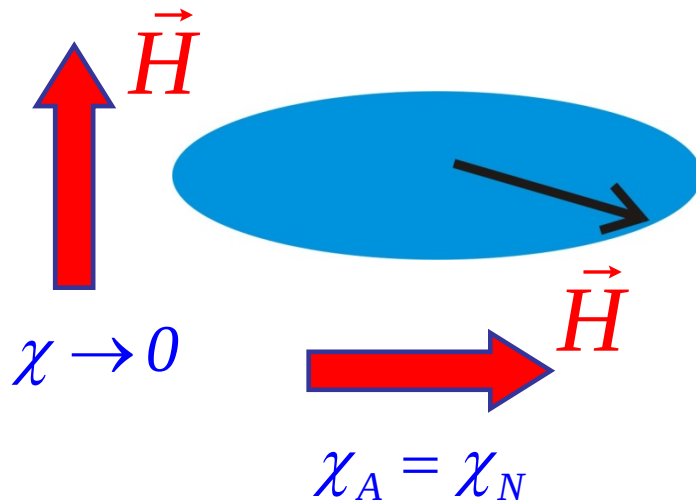
Anderson,
Brinkman (1973)

$$V(q) = -Z_0^2 \operatorname{Re} \chi(0, q) (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)$$

зависит от параметра порядка

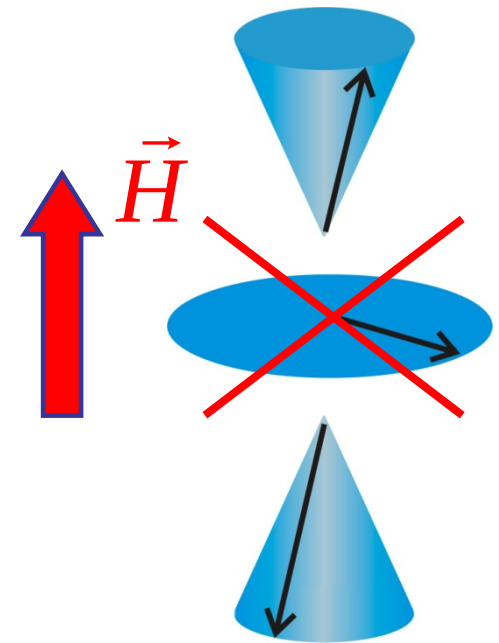
Магнитная восприимчивость

А фаза:
анизотропная



$$\chi_B = \frac{2}{3} \chi_N$$

В фаза:
изотропная



$\chi_A > \chi_B$
Выгодна А фаза

Открытие сверхтекучести ^3He

Нобелевская премия 1996 г.



David M. Lee
Cornell (USA)



Douglas D. Osheroff
Stanford (USA)



Robert C. Richardson
Cornell (USA)

Evidence for a New Phase of Solid He^3 †

D. D. Osheroff, R. C. Richardson, and D. M. Lee

Laboratory of Atomic and Solid State Physics, Cornell University, Ithaca, New York 14850

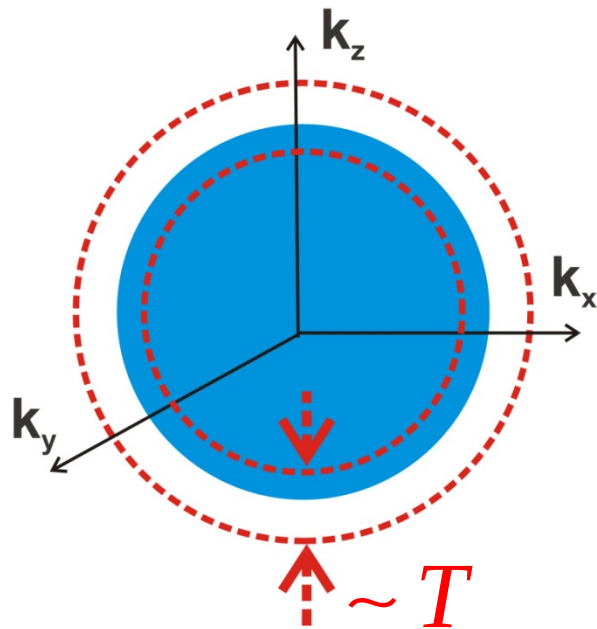
(Received 10 February 1972)

Measurements of the melting pressure of a sample of He^3 containing less than 40-ppm He^4 impurities, self-cooled to below 2 mK in a Pomeranchuk compression cell, indicate the existence of a new phase in solid He^3 below 2.7 mK of a fundamentally different nature than the anticipated antiferromagnetically ordered state. At lower temperatures, evidence of possibly a further transition is observed. We discuss these pressure measurements and supporting temperature measurements.

Эффект Померанчука

Кристаллизация ^3He

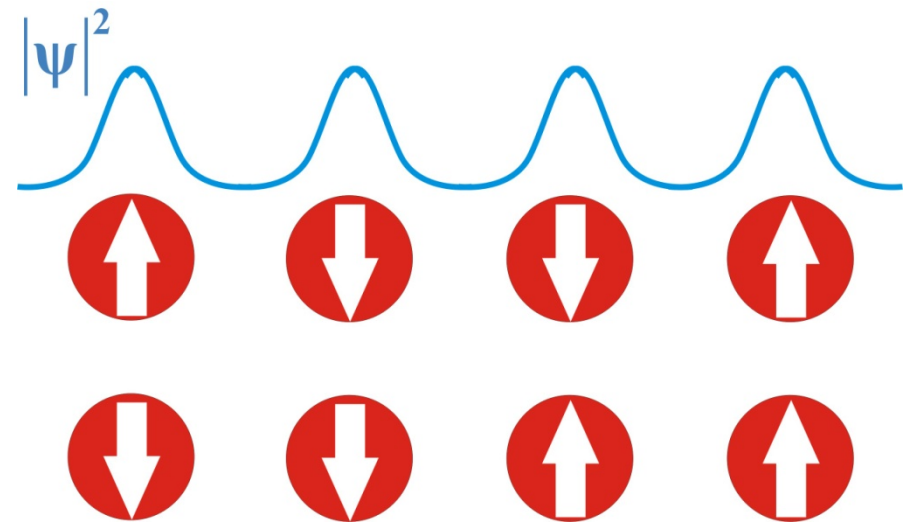
Жидкость



$$S_{liq} \sim (\nu/n)T$$

Кристалл

$$T > T_{nucl} \sim 10^{-7} K$$



$$T < 0.3 K$$

$$S_{sol} > S_{liq}$$

$$S_{sol} = \ln 2$$

Эффект Померанчука

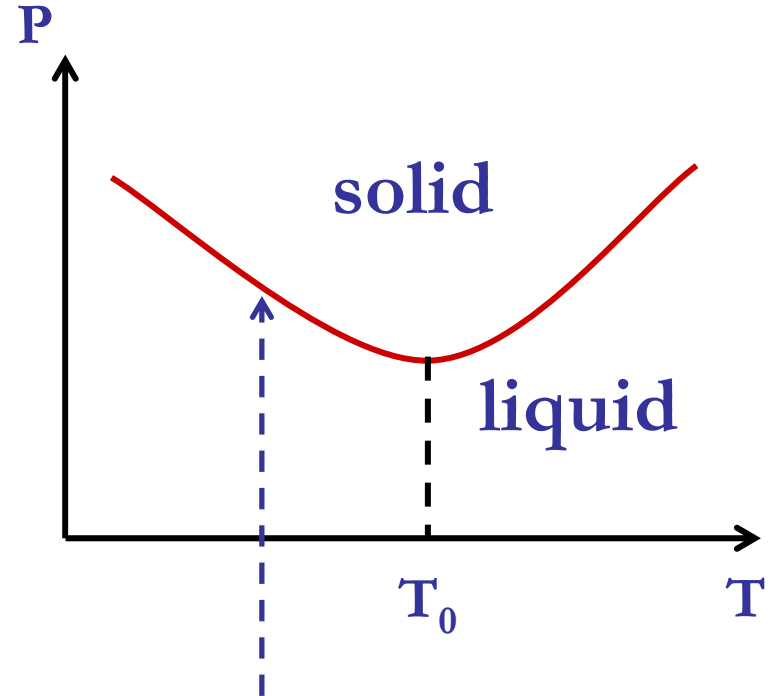
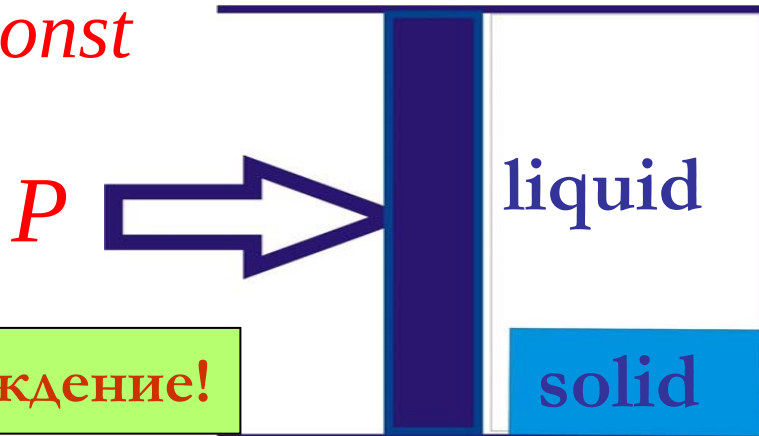
Уравнение Клазиуса-Клапейрона

$$\left(\frac{dP}{dT}\right)_{\text{melting}} = \frac{S_{\text{liq}} - S_{\text{sol}}}{V_{\text{liq}} - V_{\text{sol}}}$$

Теплота плавления

$$Q_{\text{melting}} = T(S_{\text{sol}} - S_{\text{liq}})$$

$S = \text{const}$

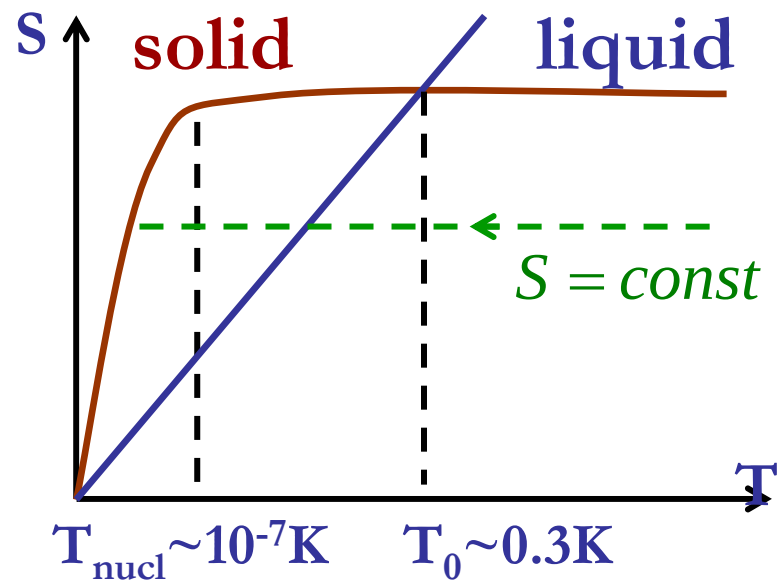
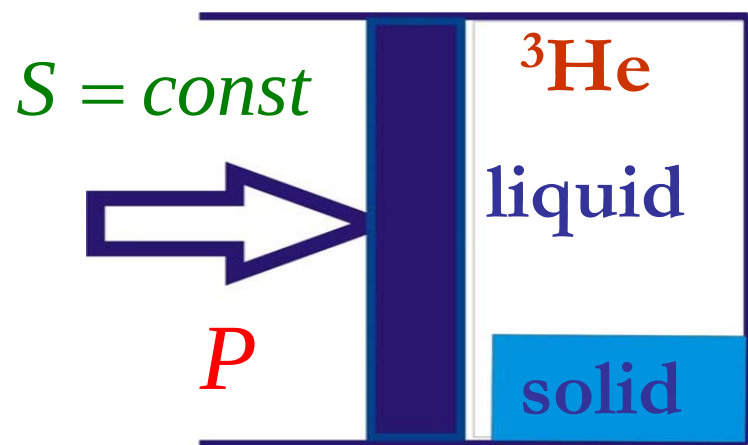


$$S_{\text{sol}} > S_{\text{liq}} :$$

$$1) \quad Q_{\text{melting}} < 0$$

$$2) \quad \left(\frac{dP}{dT}\right)_{\text{melting}} < 0$$

Эффект Померанчука



Теория: **Померанчук (1950)**

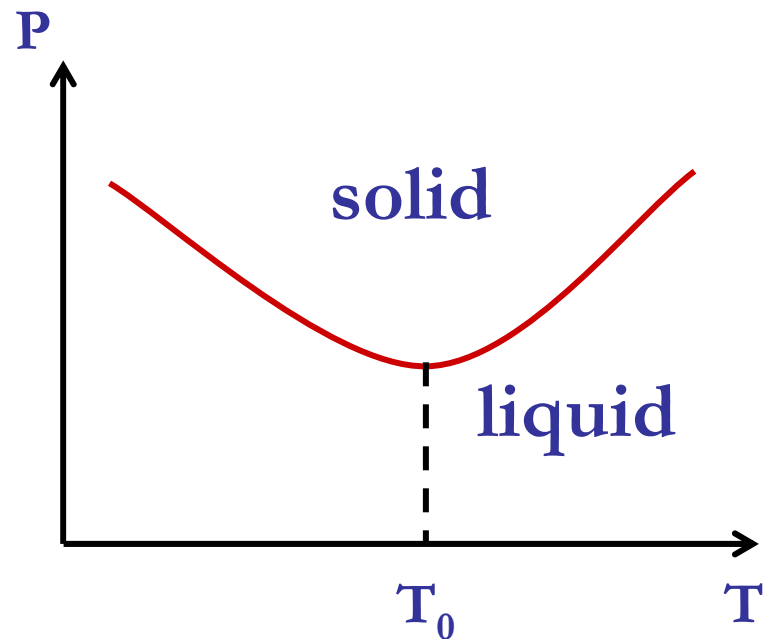
$$T_{\text{min}} \sim 10^{-7} \text{K}$$

Эксперимент: **Ануфриев (1965)**

$$T_{\text{min}} \sim 0.02 \text{ K}$$

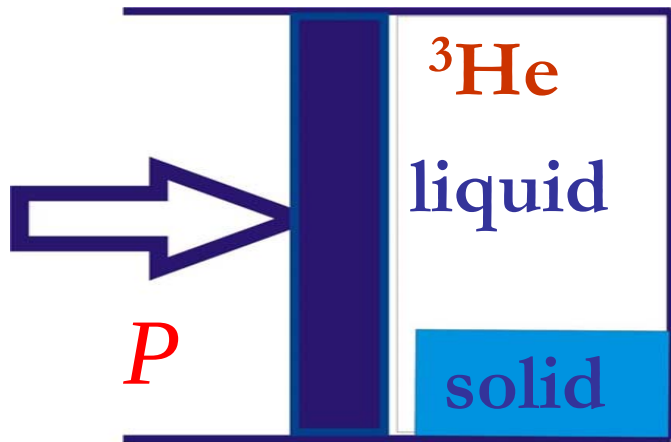
Osheroff, Richardson, Lee (1972)

$$T_{\text{min}} < 0.002 \text{ K}$$

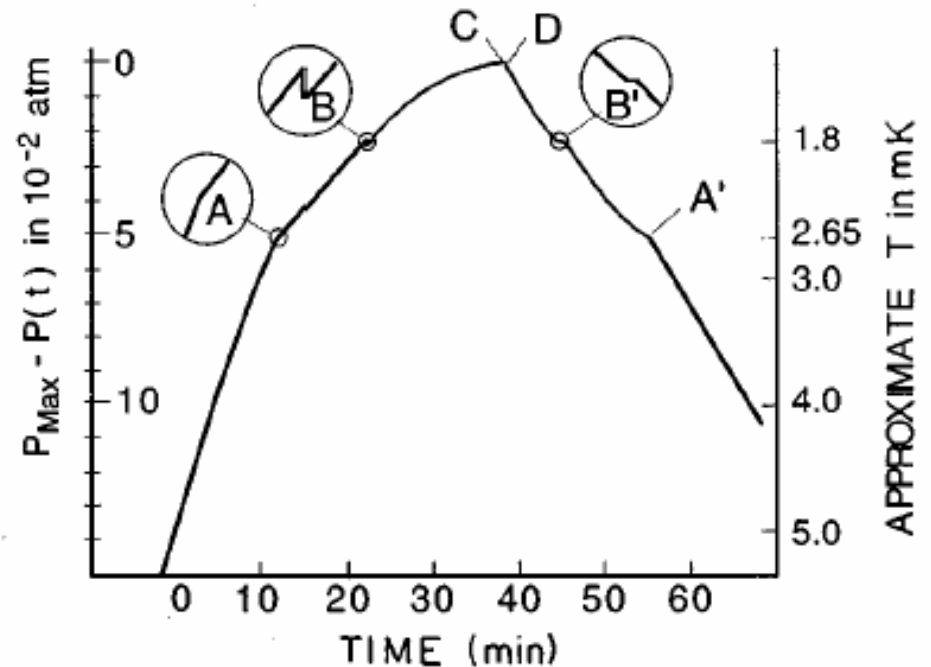


Открытие сверхтекучести ^3He

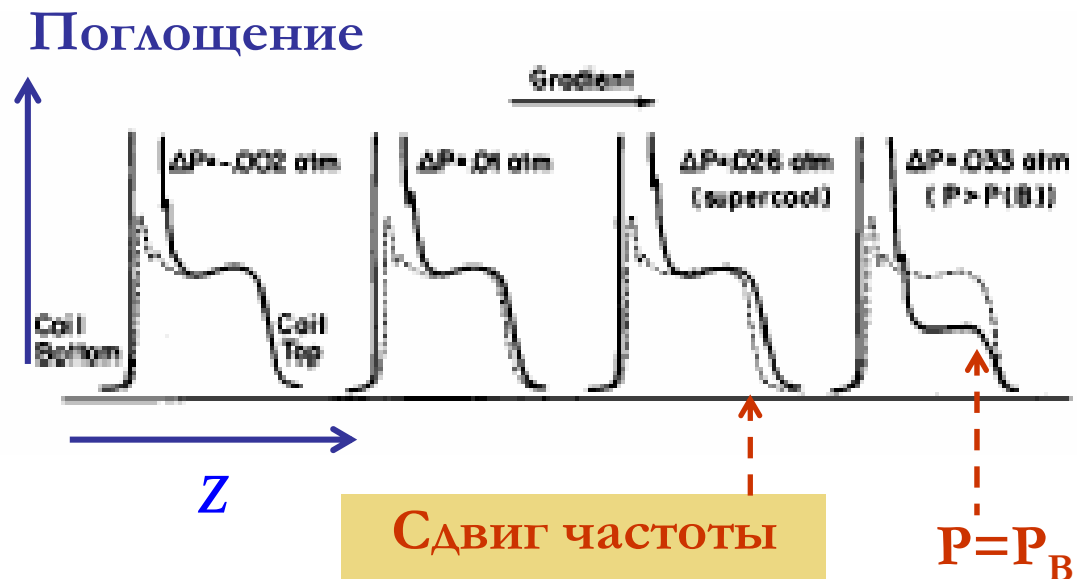
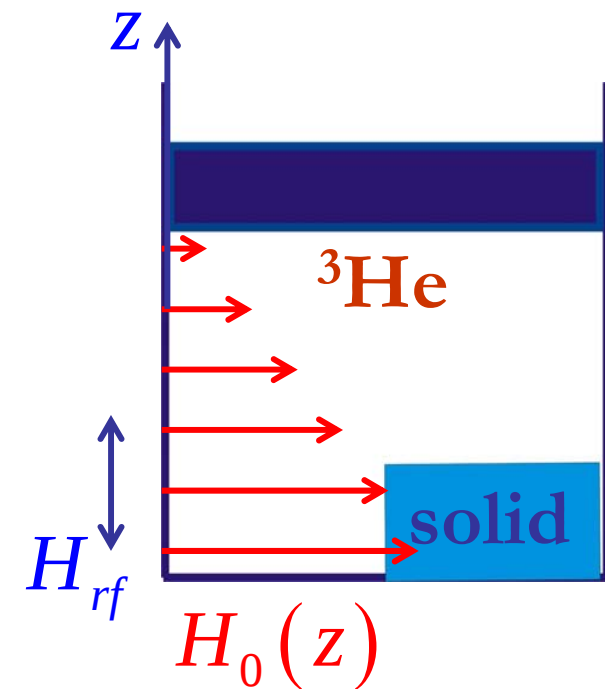
Osheroff, Richardson, Lee (1972)



$$\frac{dV}{dt} = \text{const}$$

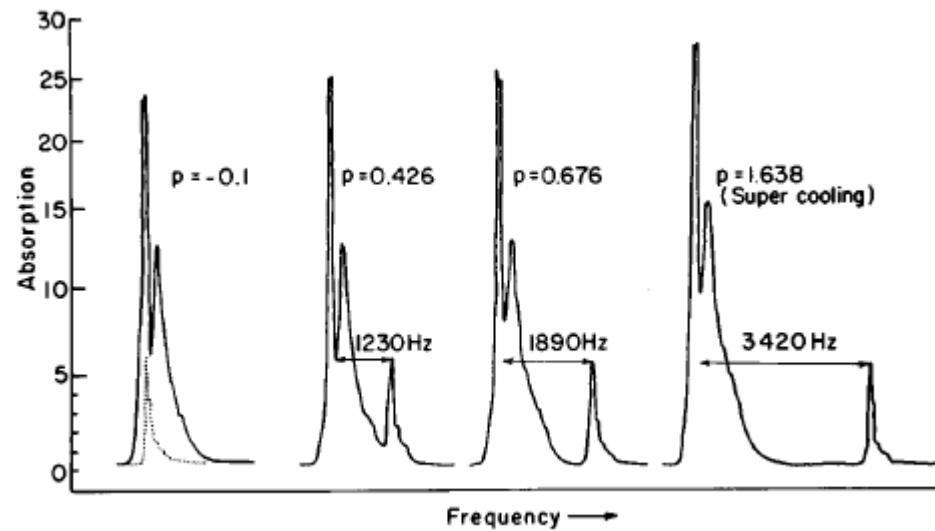


Переход в жидкой
или твердой фазе?



Переход в жидкой фазе!

$$H_0(z) = \text{const}$$



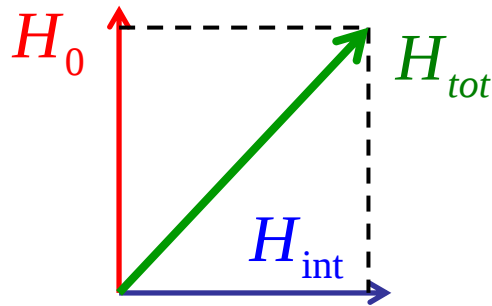
Загадка: сдвиг ларморовской частоты

$$P_A < P < P_B$$

Магнитные измерения. ЯМР.

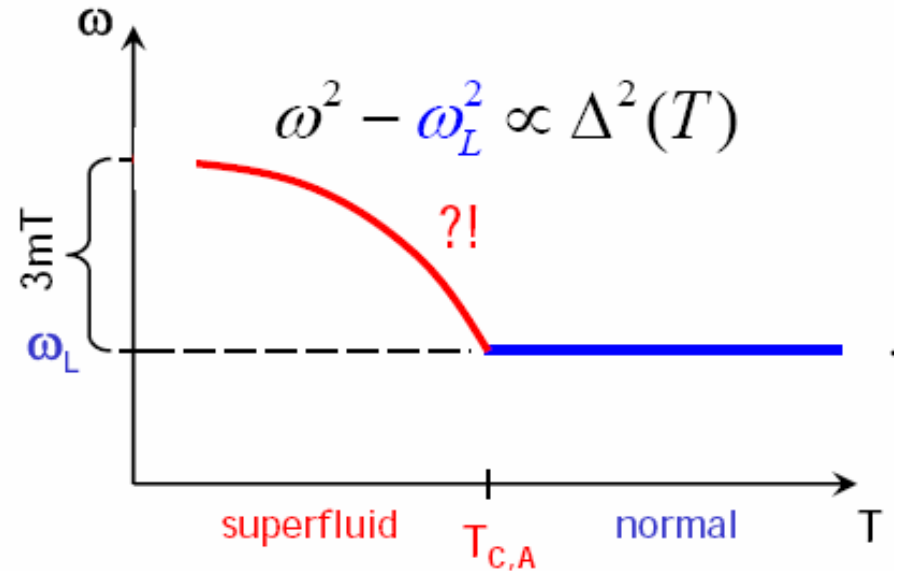
Загадка: сдвиг ларморовской частоты

Внутреннее поле



$$H_{tot}^2 = H_0^2 + H_{int}^2$$

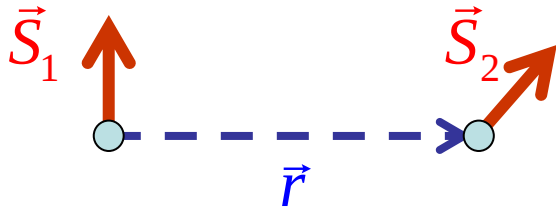
$$\omega^2 = \omega_L^2 + \Omega_A^2(T)$$



Решение: Leggett (1972)

Спин-орбитальное взаимодействие

Взаимодействие магнитных диполей



$$H_D = \frac{\gamma^2 \hbar^2}{2r^3} (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 - 3(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{n})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{n}))$$

Но! $g_d \sim 10^{-7} K \ll T_c$

Leggett (1972)

$$\langle \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 - 3(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{n})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{n}) \rangle \sim N$$

$$g_D \sim N \cdot 10^{-7} K \gg T_c$$

$$F_D = \langle H_D \rangle = g_D \left(A_{ii}^* A_{jj} + A_{ij}^* A_{ji} - \frac{2}{3} A_{ij}^* A_{ij} \right)$$

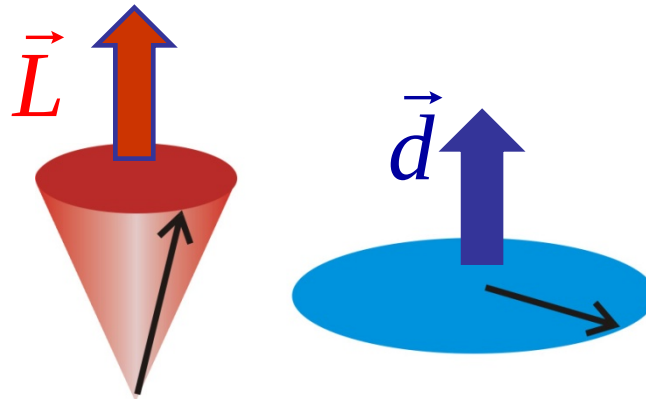
Спин-орбитальное взаимодействие

А фаза

$$F_D^A = -g_D (\vec{d} \cdot \vec{L})^2$$

Равновесие

$$\vec{d} \parallel \vec{L}$$



Спин-орбитальное взаимодействие

+ взаимодействие с магнитным полем

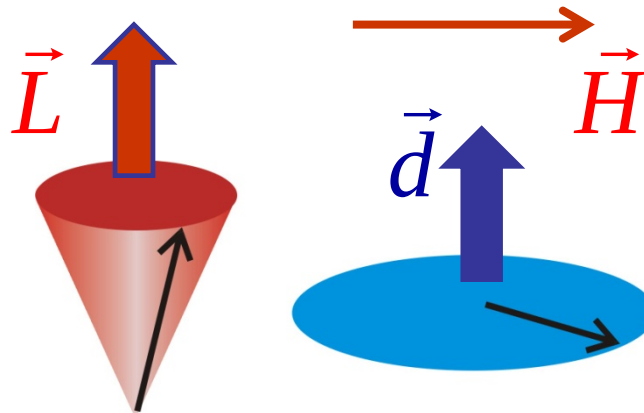
А фаза

$$F_D^A = -g_D (\vec{d} \cdot \vec{L})^2$$

$$F_m^A = \tilde{\chi} (\vec{d} \cdot \vec{H})$$

Равновесие

$$\vec{d} \parallel \vec{L} \quad \vec{d} \perp \vec{H}$$

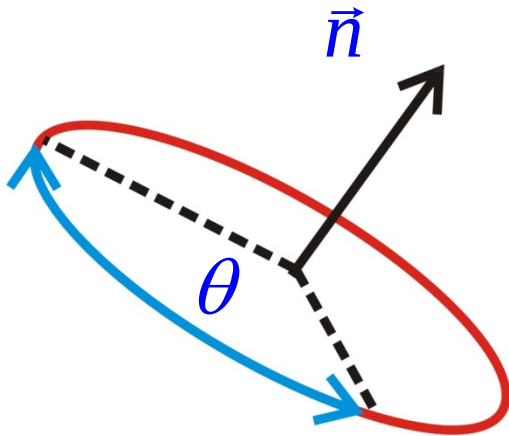


Спин-орбитальное взаимодействие

В фаза

$$A_{ij} = R_{ij}$$

$$F_D^B = g_D (1 + 4 \cos \theta)^2$$



Равновесие

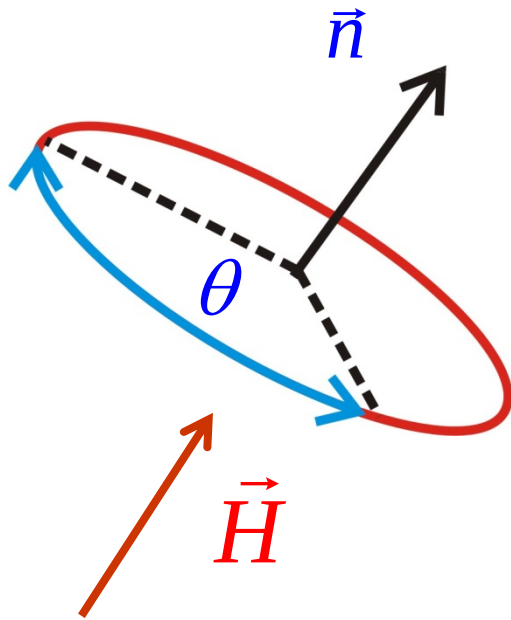
Magic angle

$$\theta \simeq 104^\circ$$

Спин-орбитальное взаимодействие

+ взаимодействие с магнитным полем

В фаза



Равновесие

$$\vec{n} \parallel \vec{H}$$

$$F_m = c_1 H_i A_{i\alpha}^* A_{j\alpha} H_j$$

деформация параметра порядка

$$A_{i\alpha}^B = R_{i\alpha} + \delta R_{i\alpha}$$

+

спин-орбитальное взаимодействие

$$F_D = g_D \left(A_{ii}^* A_{jj} + A_{ij}^* A_{ji} - \frac{2}{3} A_{ij}^* A_{ij} \right)$$



$$F_m^B = -g_D (\vec{n} \cdot \vec{H})^2$$

Степени свободы

$$\vec{S}, \vec{d}$$

Адиабатическое приближение:

$$E(\vec{S}, \vec{d}) = \frac{\gamma}{2} \frac{1}{\chi} \vec{S}^2 - \gamma \vec{H} \cdot \vec{S} + F_D$$

Модельный гамильтониан:

$$H = E(\vec{S}, \vec{d})$$

$$[S_i, S_j] = ie_{ijk} S_k$$

$$[S_i, d_j] = ie_{ijk} d_k$$

Уравнения движения:

$$i \frac{d}{dt} \langle \vec{S} \rangle = \langle [\vec{H}, \vec{S}] \rangle$$

$$i \frac{d}{dt} \langle \vec{d} \rangle = \langle [\vec{H}, \vec{d}] \rangle$$

Степени свободы

$$\vec{S}, \vec{d}$$

Адиабатическое приближение:

$$E(\vec{S}, \vec{d}) = \frac{\gamma}{2} \frac{1}{\chi} \vec{S}^2 - \gamma \vec{H} \cdot \vec{S} + F_D$$

Модельный гамильтониан:

$$H = E(\vec{S}, \vec{d})$$

$$[S_i, S_j] = ie_{ijk} S_k$$

$$[S_i, d_j] = ie_{ijk} d_k$$

Уравнения движения:

Момент дипольных сил

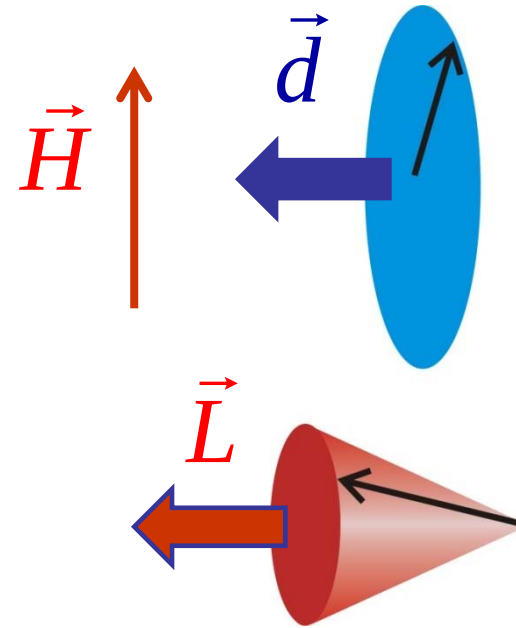
$$i\vec{R}_D = \langle [F_D, \vec{S}] \rangle$$

$$\dot{\vec{S}} = \gamma \vec{S} \times \vec{H} + \vec{R}_D$$

$$\dot{\vec{d}} = \gamma \vec{d} \times (\vec{H} - \gamma \vec{S} / \chi)$$

A фаза
Степени свободы
 $\vec{S}, \theta$

$$F_D^A = -\frac{\chi\Omega_A^2}{2\gamma^2}(\vec{d} \cdot \vec{L})^2$$



Поперечный резонанс

$$\vec{\tilde{S}} \perp \vec{H}$$

Продольный резонанс

$$\vec{\tilde{S}} \parallel \vec{H}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_L^2 + \Omega_A^2}$$

$$\omega = \Omega_A$$

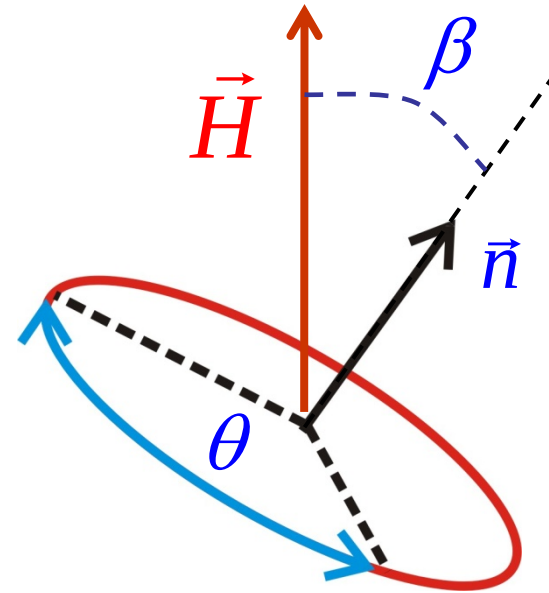
Сдвиг частоты в **A** фазе

В фаза
Степени свободы
 $\vec{S}, \vec{n}, \theta$

Равновесие
 $\vec{n} \parallel \vec{H}$

Поперечный резонанс
 $\vec{\tilde{S}} \perp \vec{H}$

$$\omega = \omega_L$$

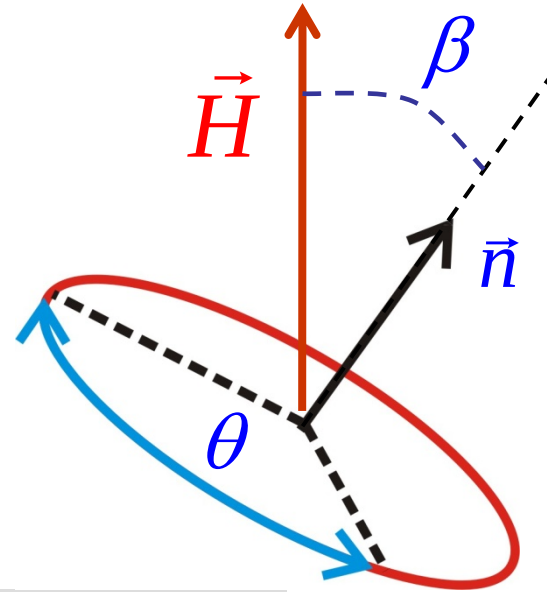


Продольный резонанс
 $\vec{\tilde{S}} \parallel \vec{H}$

$$\omega = \Omega_B = (5/2)\Omega_A$$

В однородной В фазе сдвига нет

В фаза
Степени свободы
 $\vec{S}, \vec{n}, \theta$



Сдвиг частоты поперечного
резонанса

$$\vec{n} \times \vec{H} \neq 0$$

$$\omega = \omega_L + \frac{\Omega_B^2}{2\omega_0} \sin^2 \beta$$

Анизотропия В- фазы

Магнитная энергия

$$F_m^B = -g_D \frac{\gamma^2}{\Delta^2} (\vec{n} \cdot \vec{H})^2$$

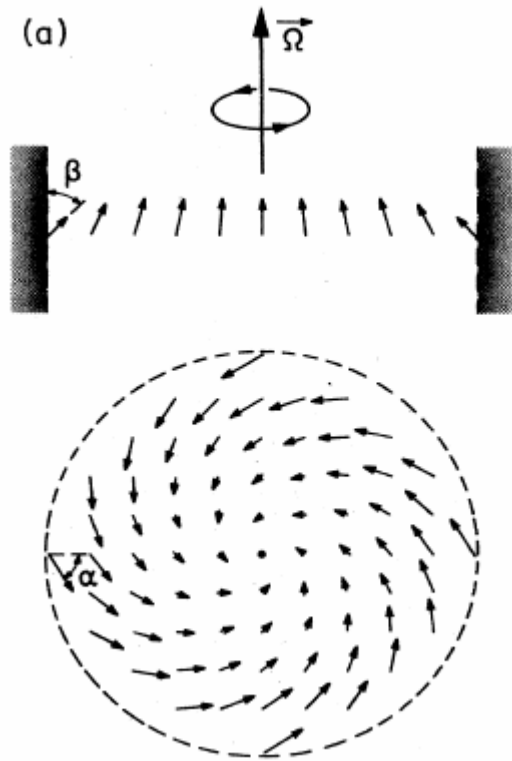
Взаимодействие со сверхтоком

$$F_{flow}^B = -g_D \frac{p_F^2}{\Delta^2} (\vec{n} \cdot \vec{V}_S)^2$$

Взаимодействие со стенками

$$F_{flow}^B = -g_D (\vec{n} \cdot \vec{v})^2$$

Текстуры параметра порядка



Вихри в В- фазе

Наблюдение вихрей с помощью ЯМР

Магнитная энергия

$$F_m^B = -g_D \frac{\gamma^2}{\Delta^2} (\vec{n} \cdot \vec{H})^2$$

Взаимодействие со сверхтоком

$$F_{flow}^B = -g_D \frac{p_F^2}{\Delta^2} (\vec{n} \cdot \vec{V}_S)^2$$



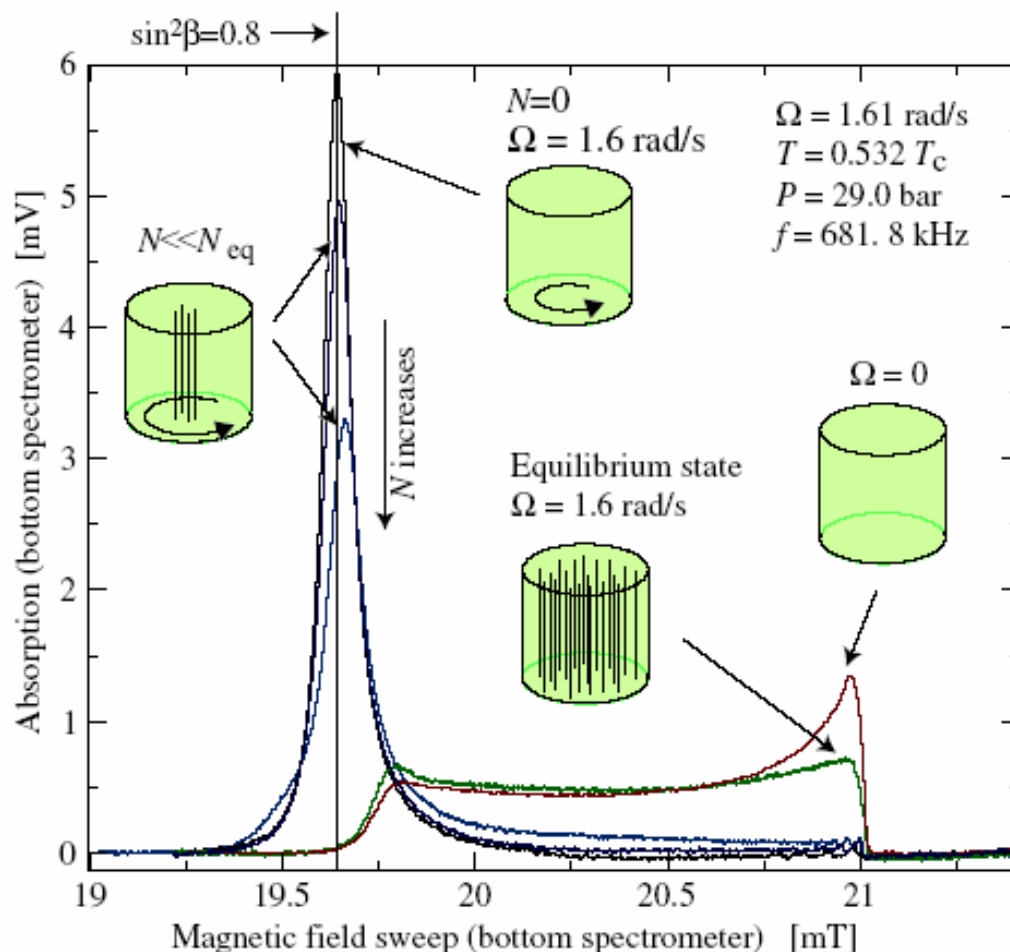
Counterflow peak

$$\omega = \omega_L + \frac{\Omega_B^2}{2\omega_0} \sin^2 \beta$$

Наблюдение вихрей с помощью ЯМР

Counterflow peak

$$\omega = \omega_L + \frac{\Omega_B^2}{2\omega_0} \sin^2 \beta$$



В нашей лаборатории...

- Топологические свойства В фазы гелия-3
- Фермионы, локализованные в центрах вихрей в В фазе гелия-3
- Вихри с нарушением аксиальной симметрии в В фазе гелия-3
- Механизмы диссипации в режиме квантовой турбулентности В фазе гелия-3

Вихри в В- фазе

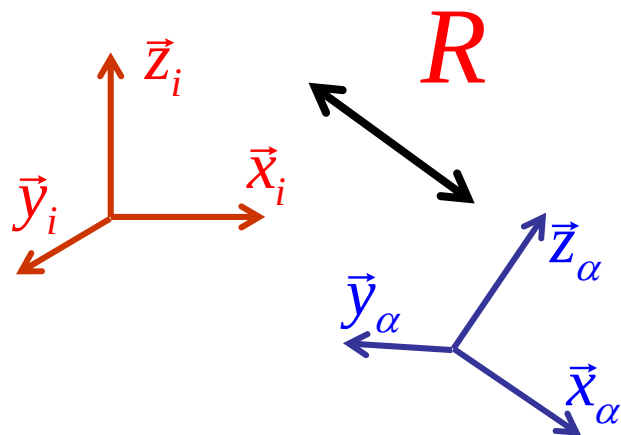
Аксиально симметричные вихри

Генератор вращений

$$QA_{ij}^B = 0$$

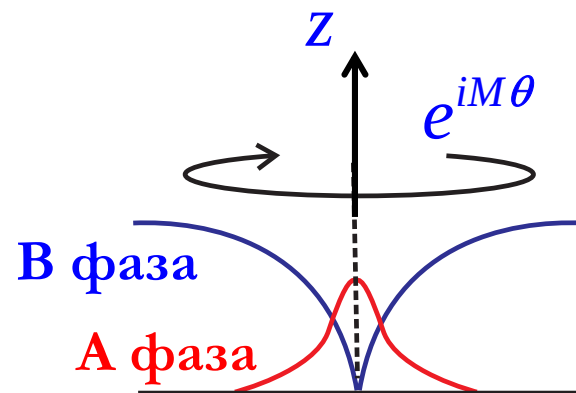
Однородная фаза

$$Q = J_i = L_i + R_{\alpha i} S_{\alpha}$$



Вихрь

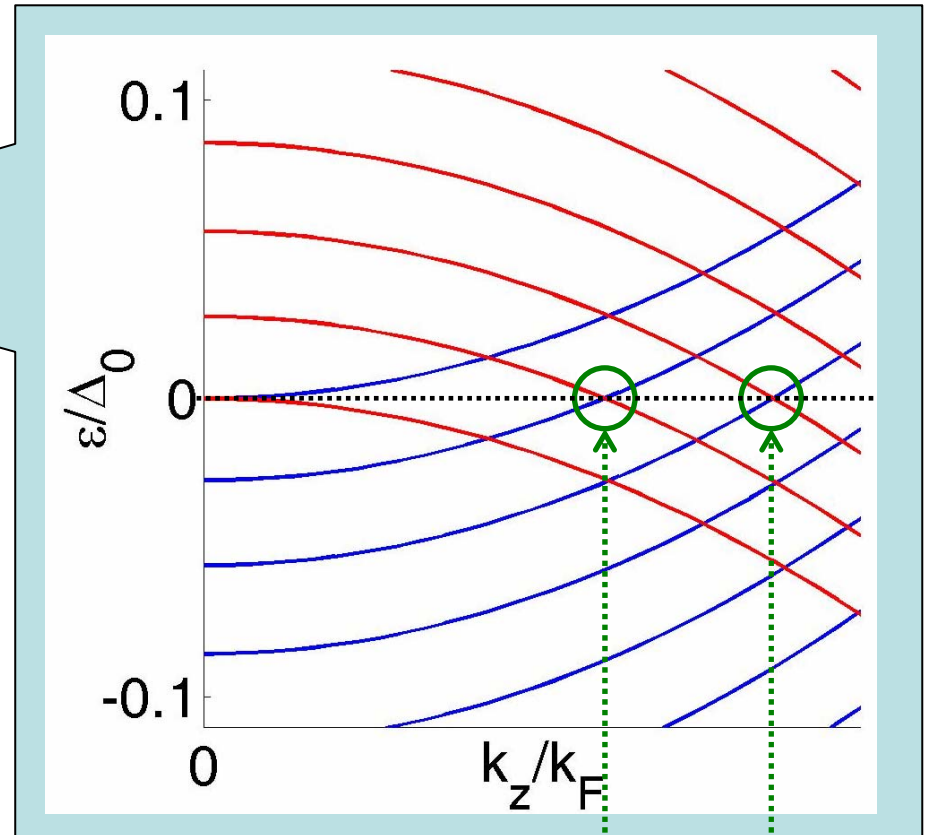
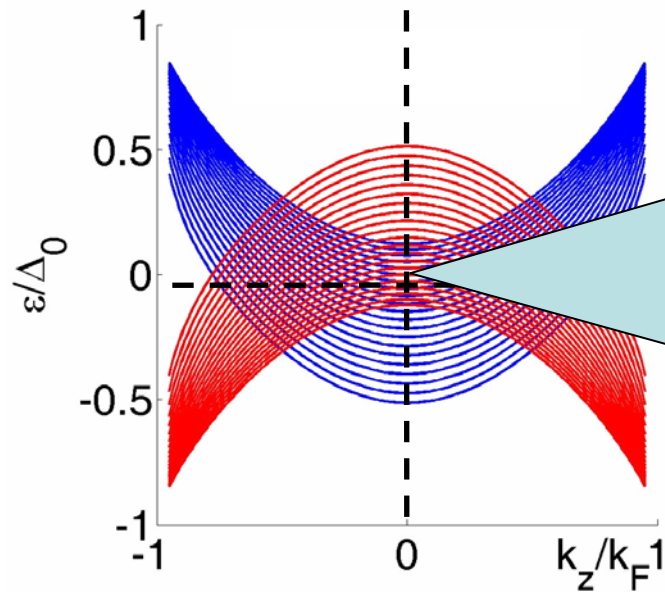
$$Q = J_z - MI$$



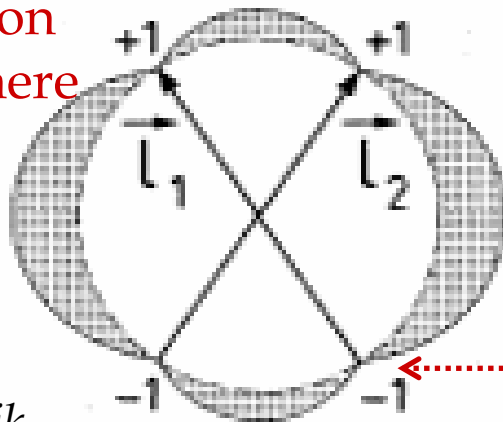
Несингулярные вихри

$$J_z A \neq 0 \quad M = 0$$

Фермионы, локализованные в центрах вихрей



Gap nodes on
a Fermi sphere



Boojum positions

G.E. Volovik,
V.P. Mineev

Исследования квантовой турбулентности при сверхнизких температурах

PRL **99**, 265301 (2007)

PHYSICAL REVIEW LETTERS

week ending
31 DECEMBER 2007

Quantum Turbulence in a Propagating Superfluid Vortex Front

V. B. Eltsov,^{1,2} A. I. Golov,³ R. de Graaf,¹ R. Hänninen,¹ M. Krusius,¹ V. S. L'vov,⁴ and R. E. Solntsev¹

Насыщение скорости вихревого фронта: диссипация не описывается взаимным трением

Движущийся вихревой фронт приводит к диссипации энергии

