

«Спектроскопия» уровней Ландау КЯ HgTe/CdHgTe магнитотранспортным методом

Аспирант 4 г.о.:

Кадыков А.М.

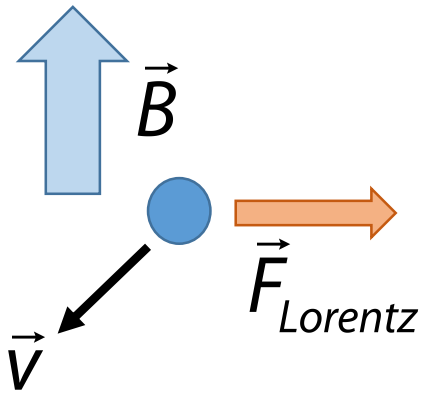
Научный руководитель:

Морозов С.В., Терре F.

Структура доклада

- Классический эффект Холла
- Квантование Ландау
- Квантовый эффект Холла
- Зонная структура КЯ HgTe/CdHgTe
- Двумерные топологические изоляторы в КЯ HgTe/CdHgTe
- Топологический фазовый переход в КЯ HgTe/CdHgTe под действием температуры
- Наблюдение топологического фазового перехода магнитотранспортным методом

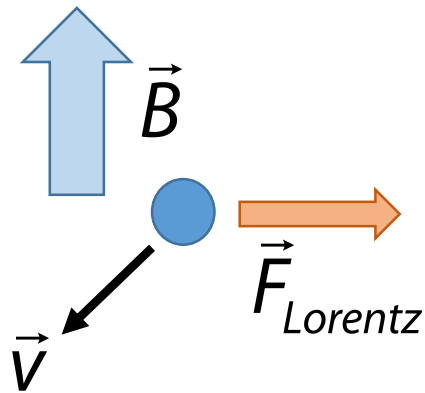
Классический эффект Холла



$$\vec{F}_{Lorentz} = \frac{q}{c} [\vec{v} \times \vec{B}]$$

На движущийся заряд действует
сила Лоренца

Классический эффект Холла

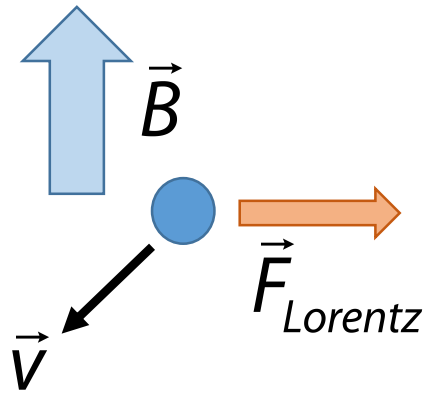


$$\vec{F}_{Lorentz} = \frac{q}{c} [\vec{v} \times \vec{B}]$$

$$m^* \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{c} [\vec{v} \times \vec{B}]$$

Уравнение Ньютона

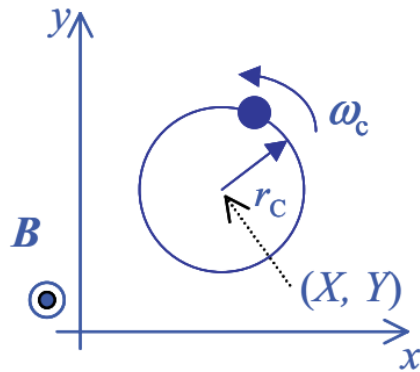
Классический эффект Холла



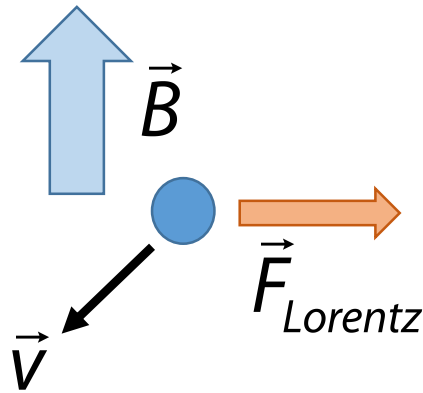
$$\vec{F}_{\text{Lorentz}} = \frac{q}{c} [\vec{v} \times \vec{B}]$$

$$m^* \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{c} [\vec{v} \times \vec{B}] \quad r = \frac{m^* v_{\perp}}{qB} \quad \omega_c = \frac{qB}{m^*}$$

Частица вращается на циклотронной частоте ω_c с ларморовским радиусом r



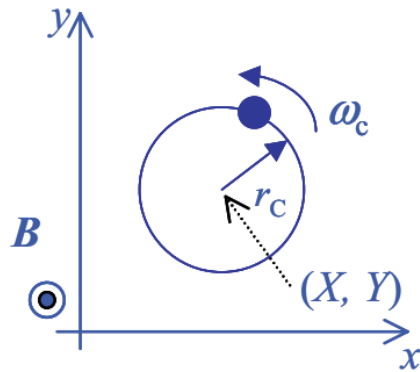
Классический эффект Холла



$$\vec{F}_{\text{Lorentz}} = \frac{q}{c} [\vec{v} \times \vec{B}]$$

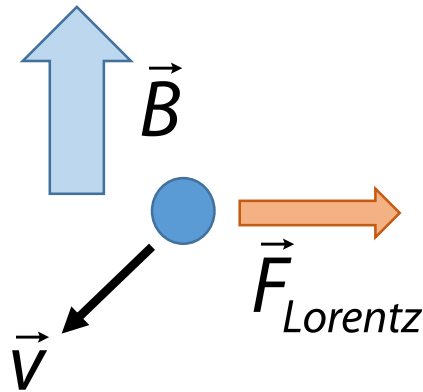
$$m^* \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{c} [\vec{v} \times \vec{B}] \quad r = \frac{m^* v_{\perp}}{qB} \quad \omega_c = \frac{qB}{m^*}$$

$$m^* \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} + q[\vec{E} \times \vec{B}]$$



При наличии электрического и магнитного поля уравнение Ньютона принимает вид

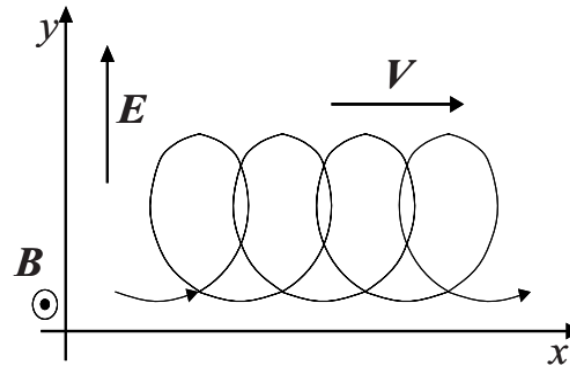
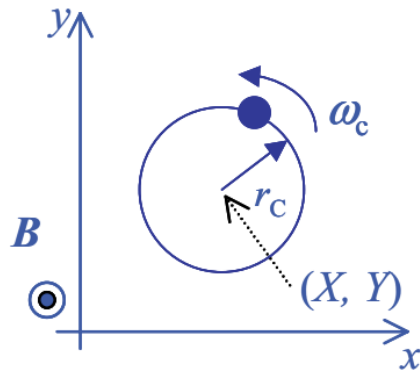
Классический эффект Холла



$$\vec{F}_{\text{Lorentz}} = \frac{q}{c} [\vec{v} \times \vec{B}]$$

$$m^* \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{c} [\vec{v} \times \vec{B}] \quad r = \frac{m^* v_{\perp}}{qB} \quad \omega_c = \frac{qB}{m^*}$$

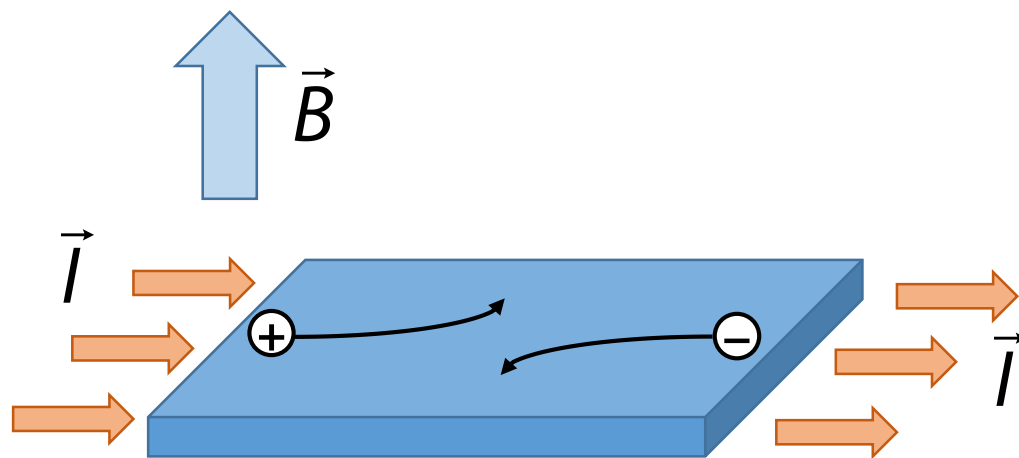
$$m^* \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} + q[\vec{E} \times \vec{B}]$$



$$\vec{v} = \frac{[\vec{E} \times \vec{B}]}{B^2}$$

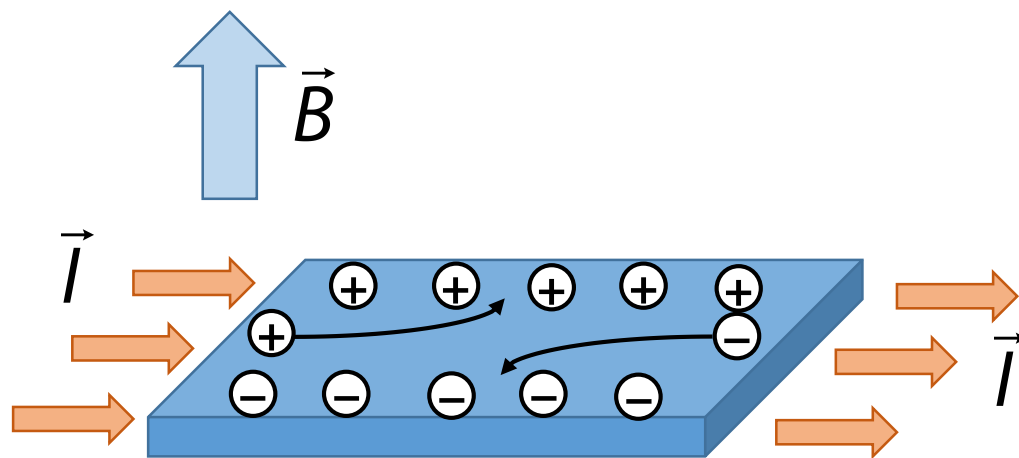
К циклотронному вращению добавляется дрейф

Классический эффект Холла



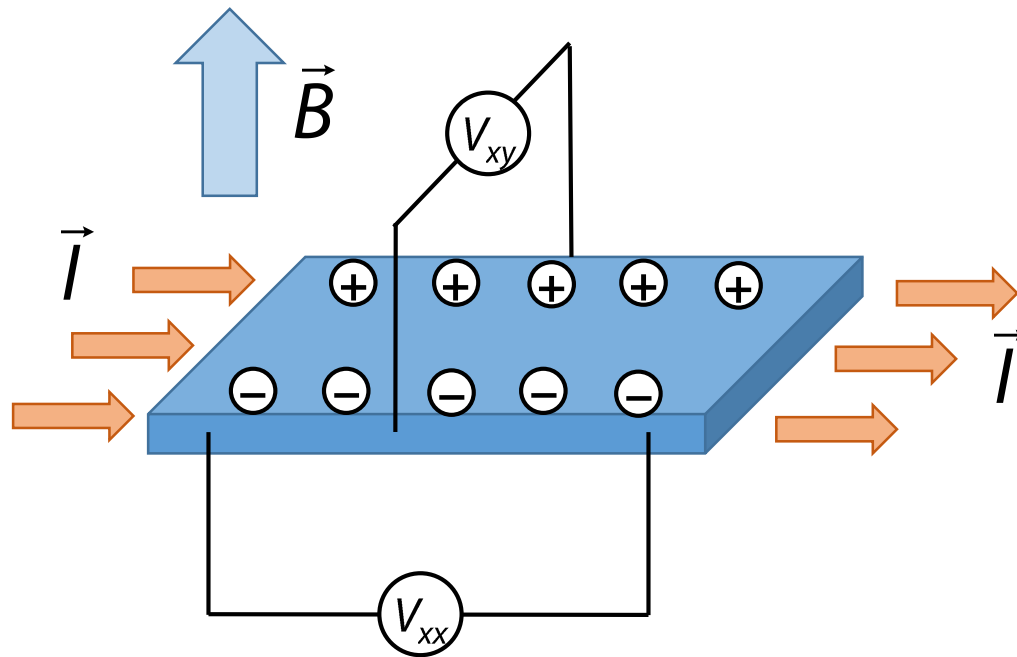
При протекании тока через металл или полупроводник в магнитном поле носители отклоняются

Классический эффект Холла



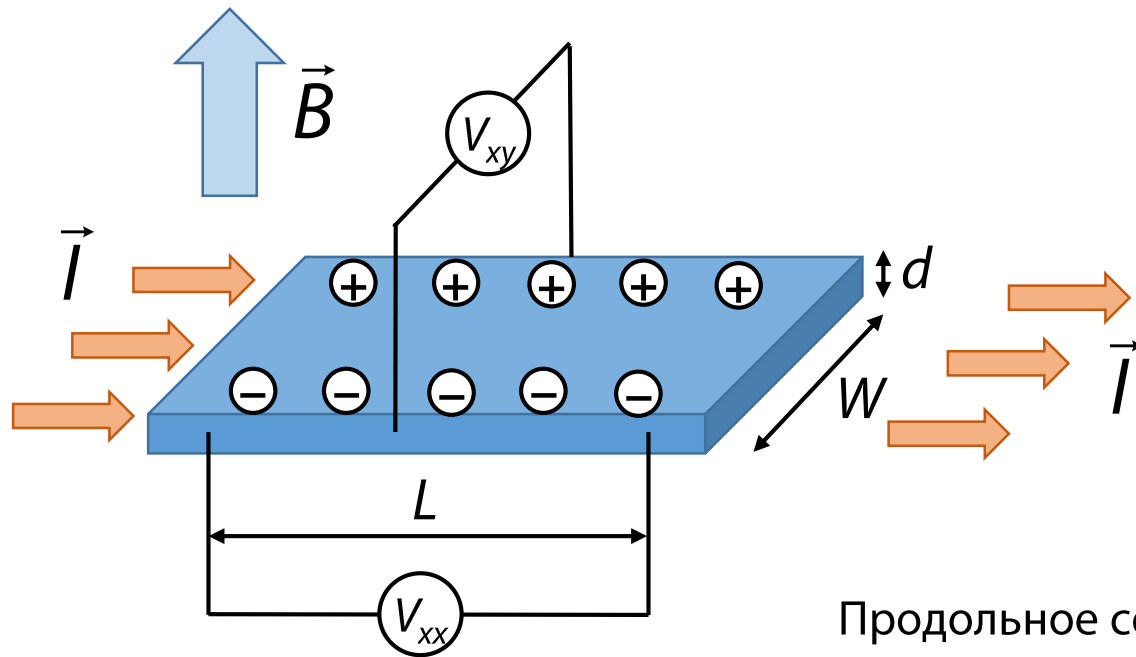
На торцах образца образуется заряд

Классический эффект Холла

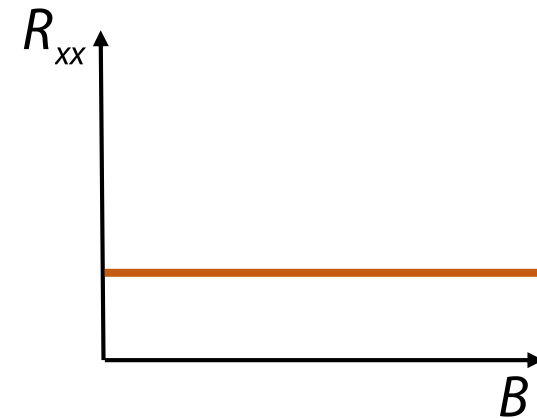


Подсоединив вольтметры как показано на рисунке можно измерить продольное и поперечное падение напряжения относительно направления протекания тока

Классический эффект Холла

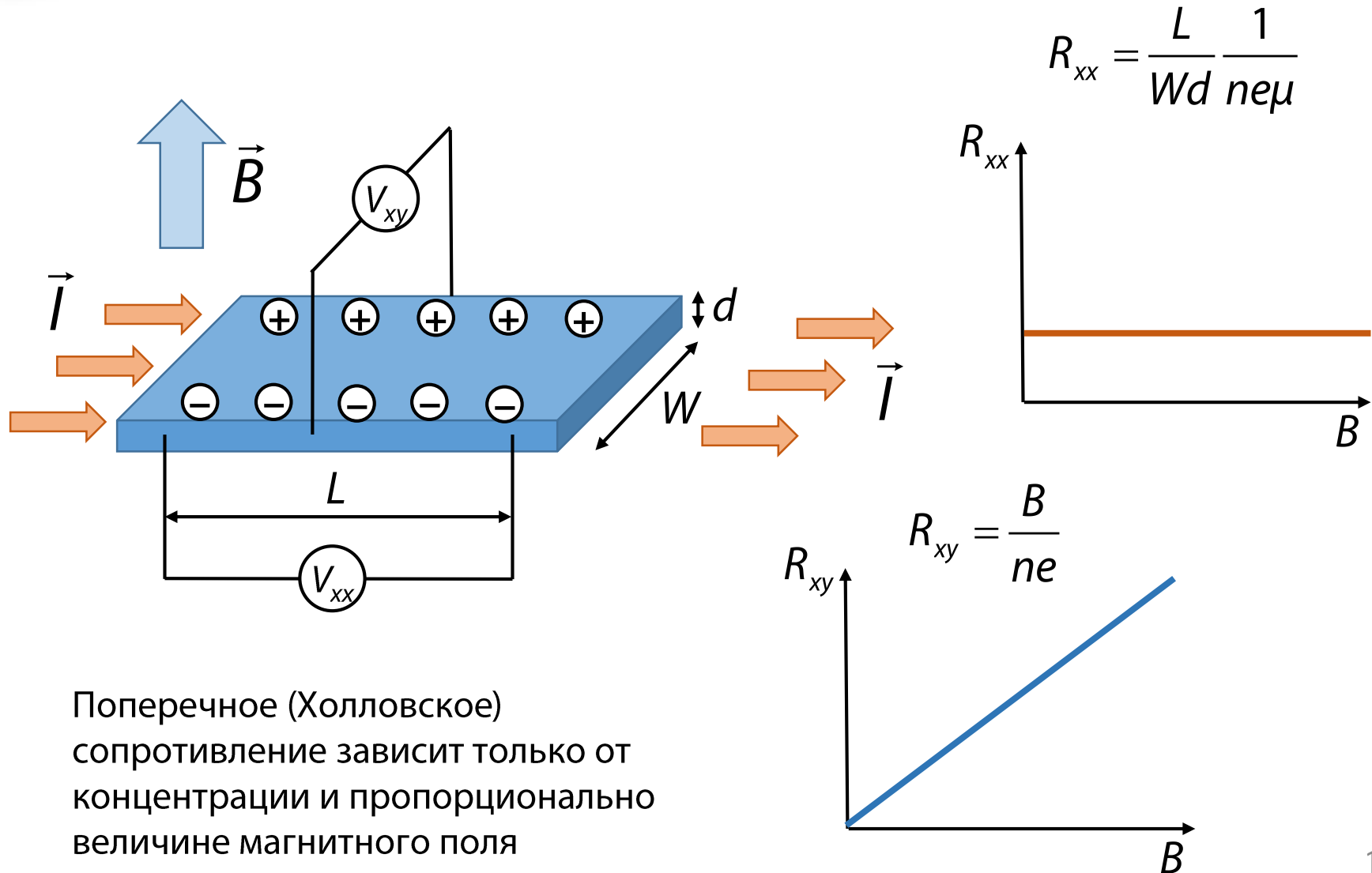


$$R_{xx} = \frac{L}{Wd} \frac{1}{ne\mu}$$

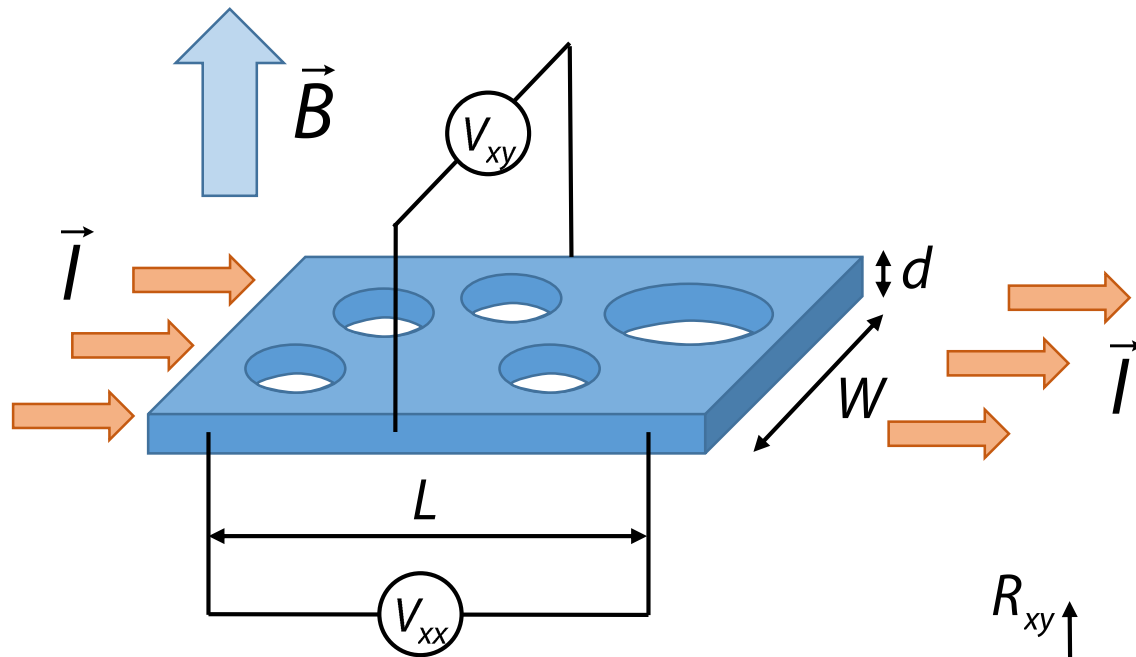


Продольное сопротивление зависит от геометрии образца, подвижности и концентрации носителей, но не зависит от величины магнитного поля

Классический эффект Холла

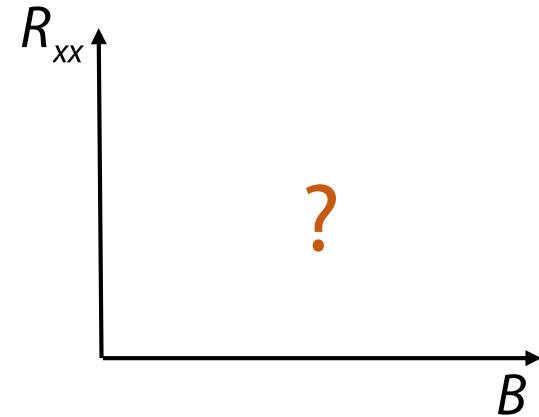


Классический эффект Холла

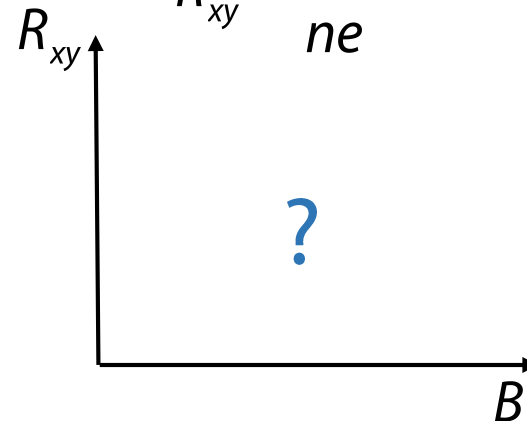


Что будет в случае образца с дефектами?
Давайте сделаем в нём отверстия!

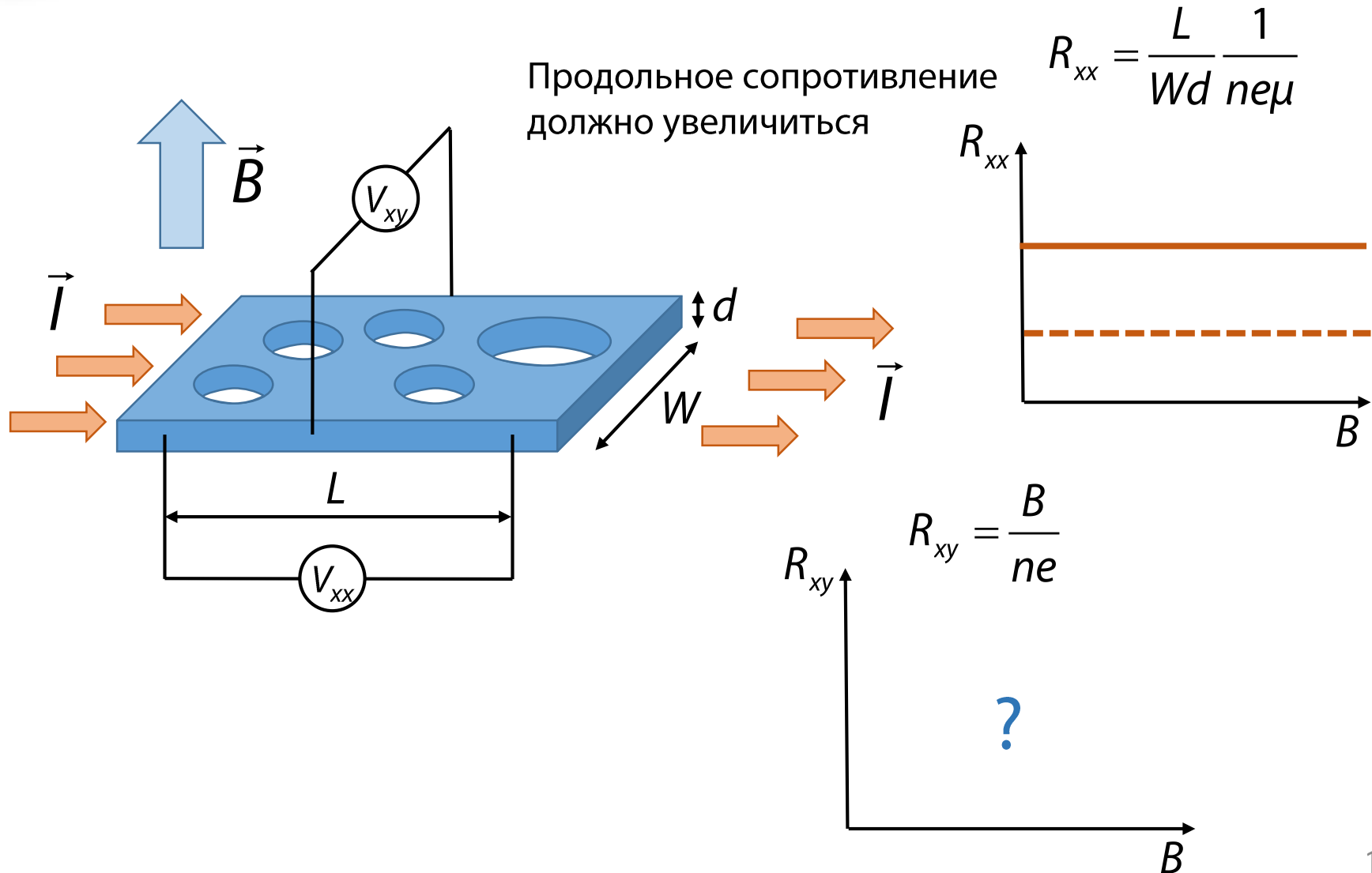
$$R_{xx} = \frac{L}{Wd} \frac{1}{ne\mu}$$



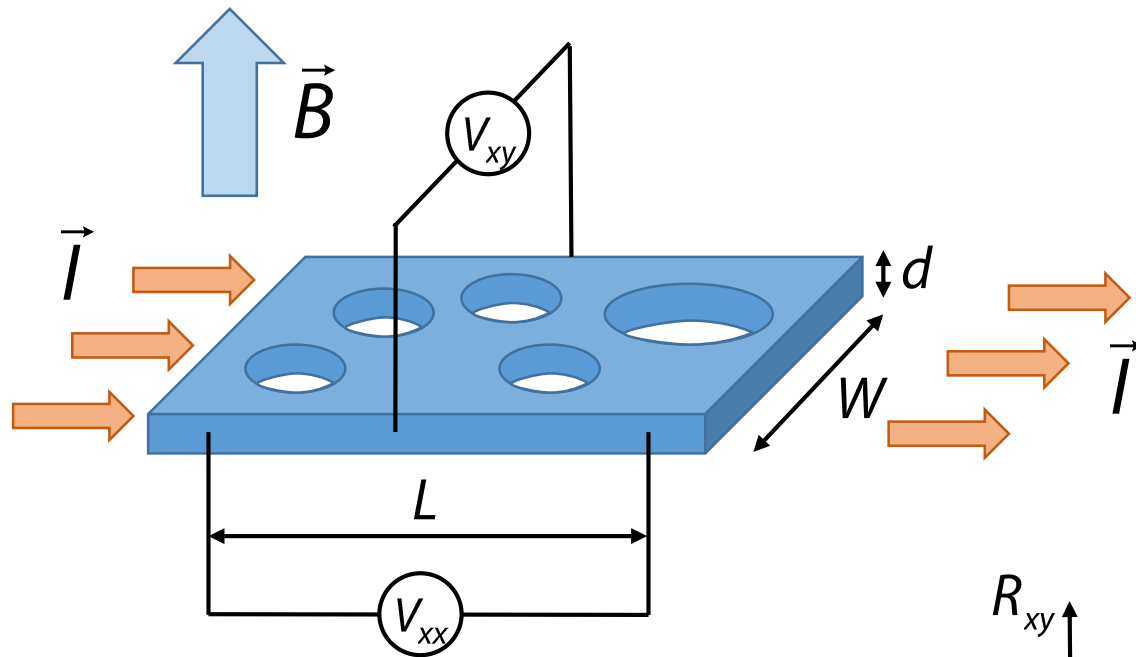
$$R_{xy} = \frac{B}{ne}$$



Классический эффект Холла

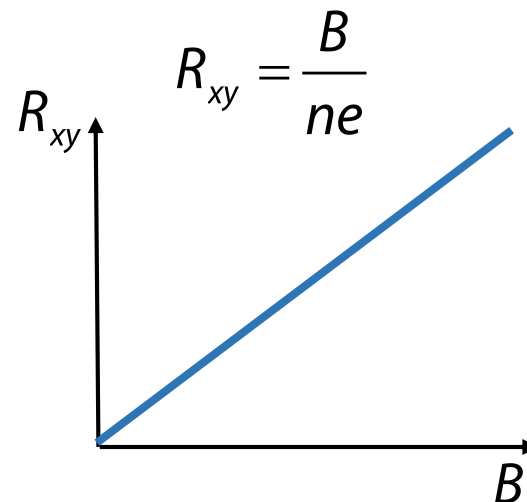
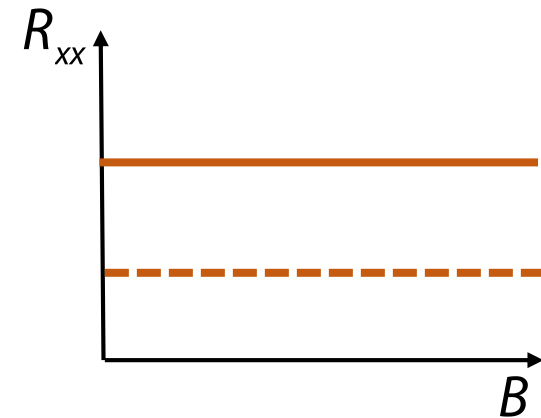


Классический эффект Холла



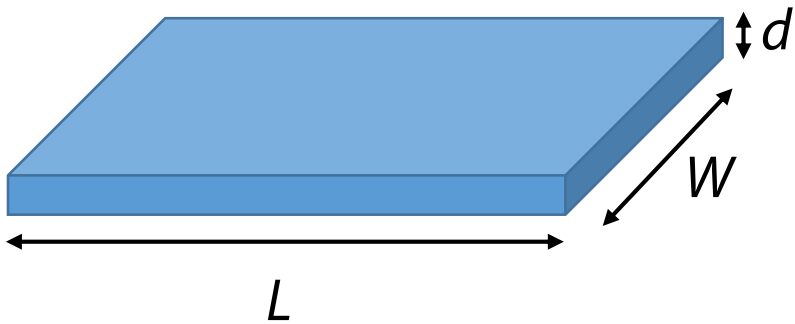
Холловское сопротивление не изменится, т.е. по наклону графика можно определить концентрацию носителей

$$R_{xx} = \frac{L}{Wd} \frac{1}{ne\mu}$$



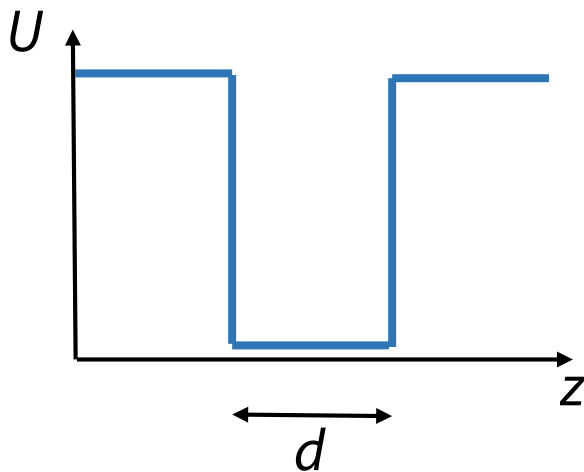
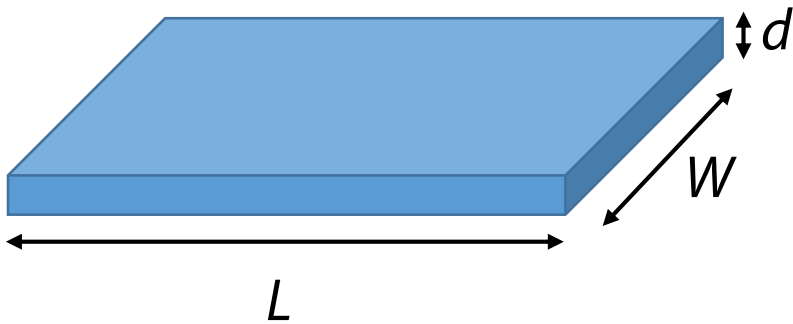
$$R_{xy} = \frac{B}{ne}$$

Двумерный электронный газ



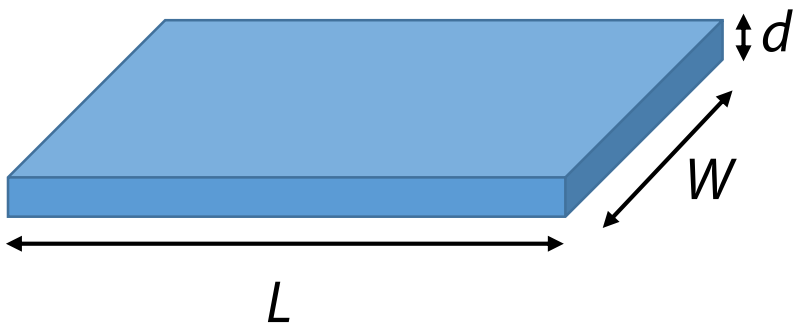
Что произойдёт если уменьшить один из характерных размеров полупроводника?

Двумерный электронный газ



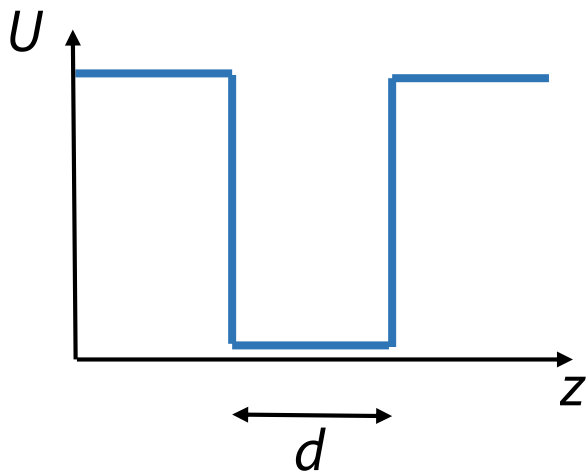
Уменьшив высоту d , в таком случае по направлению z для электрона будет справедлив следующий потенциал $U(z)$

Двумерный электронный газ

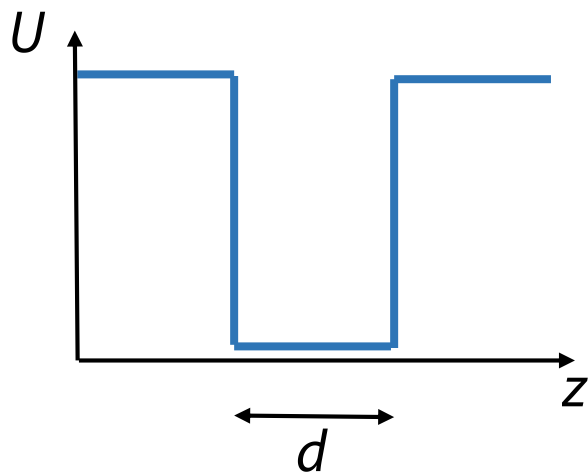
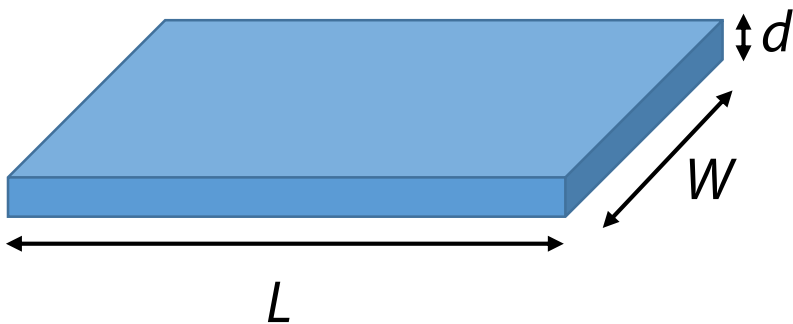


$$\hat{H}\Psi = E\Psi$$

Уравнение Шредингера



Двумерный электронный газ

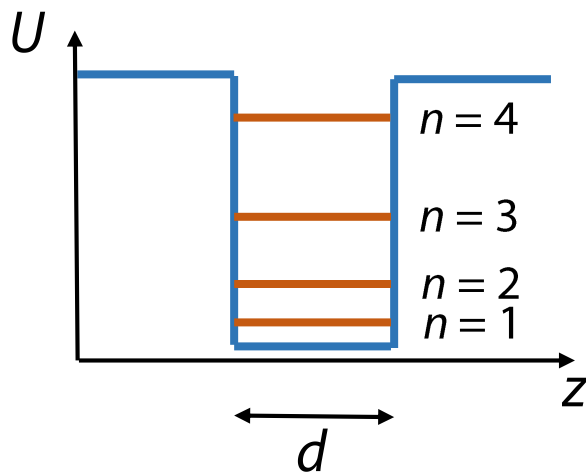
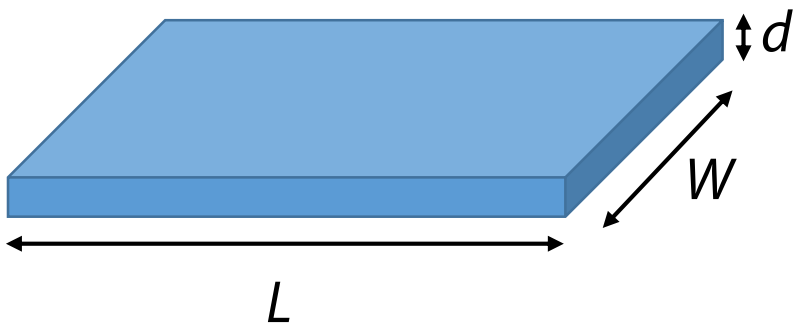


$$\hat{H}\Psi = E\Psi$$

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + U(z)$$

Выражение для гамильтониана, где функция $U(z)$ представлена на рисунке

Двумерный электронный газ



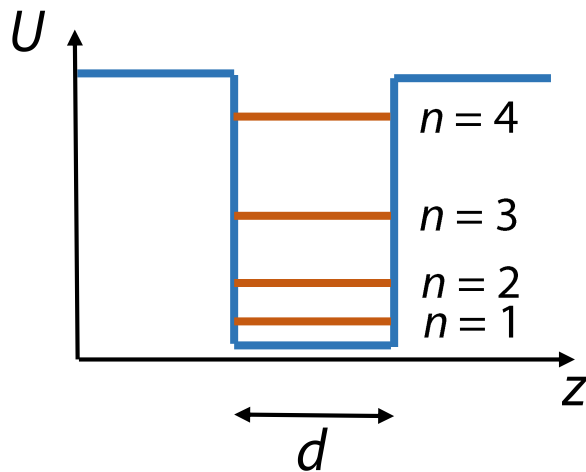
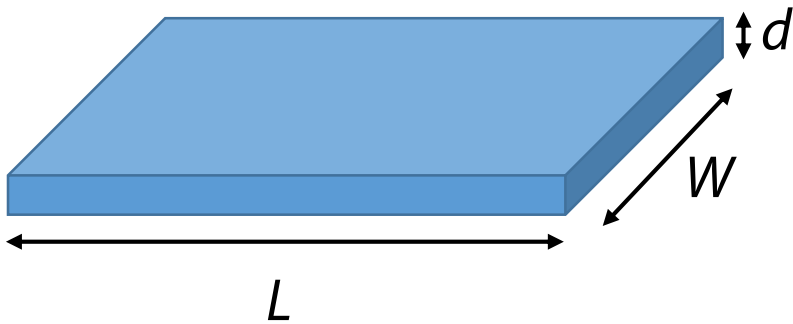
$$\hat{H}\Psi = E\Psi$$

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + U(z)$$

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2) + \frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\pi n}{d} \right)^2$$

Энергия принимает дискретные значения по оси z

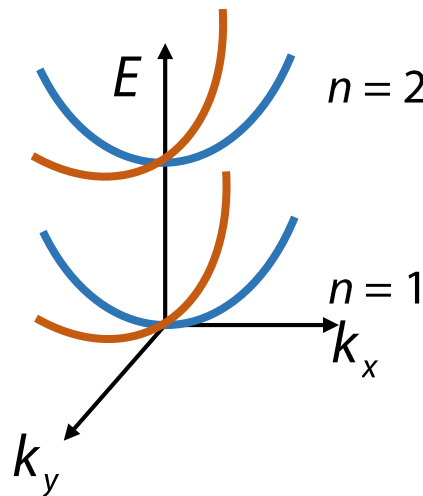
Двумерный электронный газ



$$\hat{H}\Psi = E\Psi$$

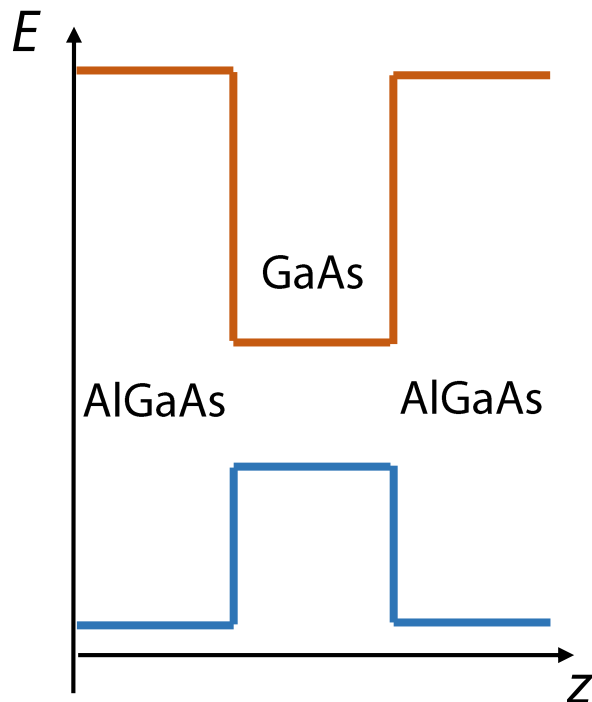
$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + U(z)$$

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2) + \frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\pi n}{d} \right)^2$$



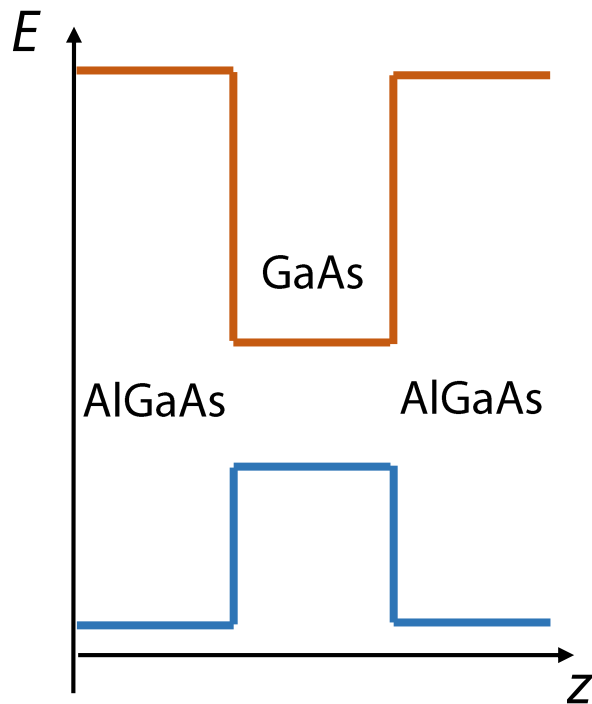
Носители заряда
могут свободно
перемещаться в
плоскости xy

Двумерный электронный газ

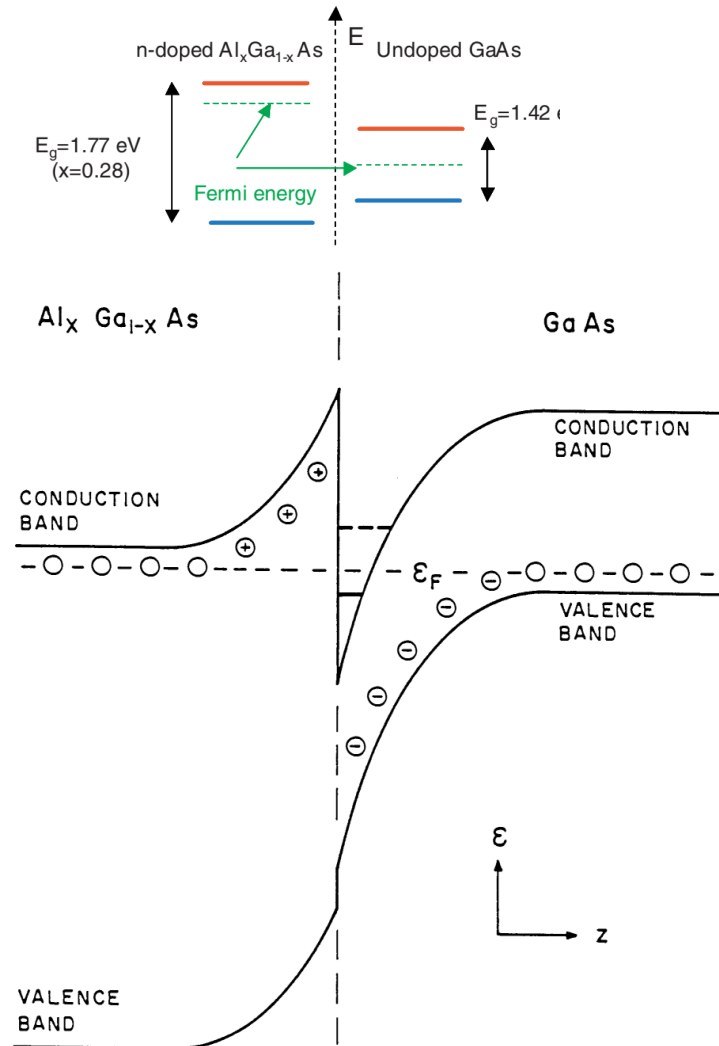


Такая система реализуется в квантовых ямах, где тонкий слой полупроводника с меньшей шириной запрещённой зоной находится между полупроводниками с большей шириной запрещённой зоны

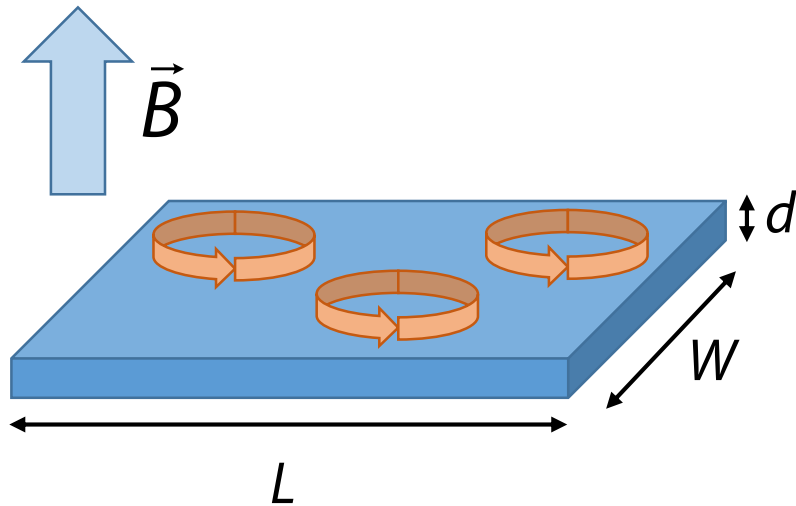
Двумерный электронный газ



Также двумерный электронный газ возникает на границе раздела легированного широкозонного полупроводника и нелегированного узкозонного

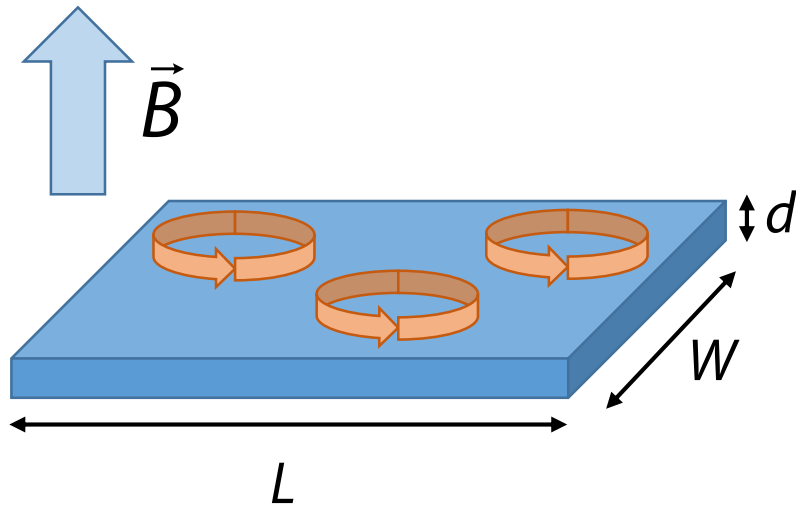


Квантование Ландау в магнитном поле



При помещении двумерного полупроводника в сильное магнитное поле носители заряда начинают двигаться по окружностям, следовательно, их энергия должна квантоваться и в плоскости xy

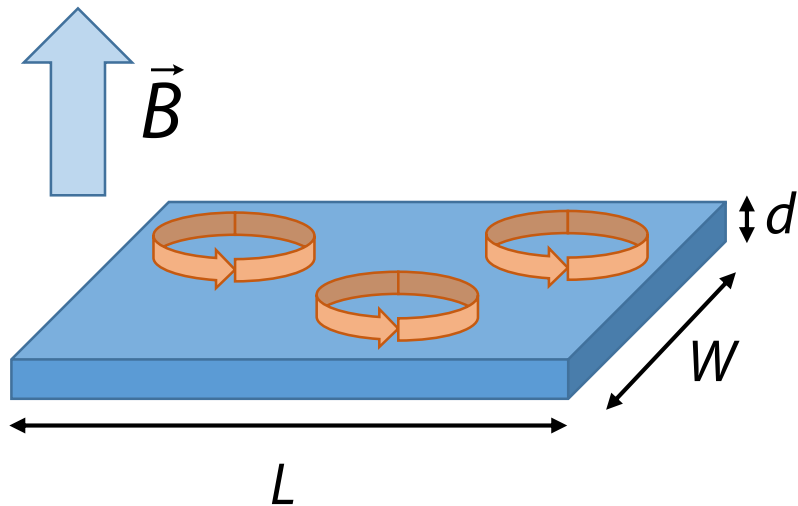
Квантование Ландау в магнитном поле



$$\hat{H} = \frac{1}{2m^*} \left(\hat{p} - \frac{q\hat{A}}{c} \right)^2$$

В гамильтониане магнитное поле учитывается векторным потенциалом A

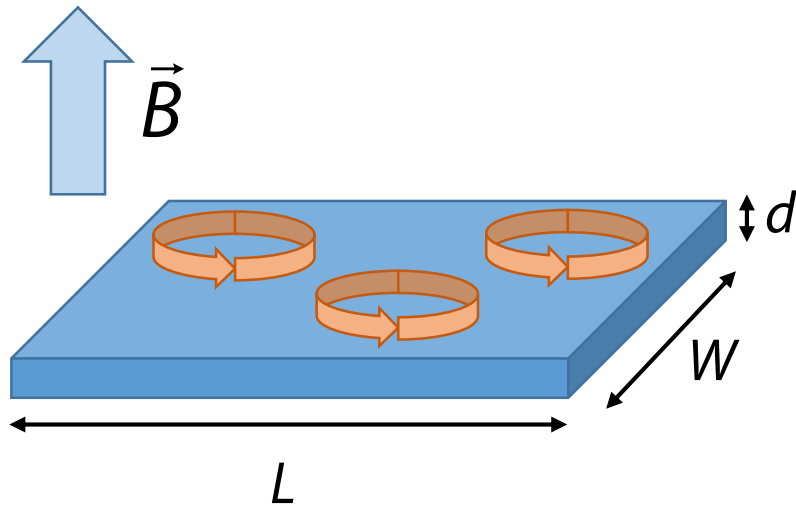
Квантование Ландау в магнитном поле



$$\hat{H} = \frac{1}{2m^*} \left(\hat{p} - \frac{q\hat{A}}{c} \right)^2 \quad \hat{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ Bx \\ 0 \end{pmatrix}$$

В случае калибровки Ландау, векторный потенциал выглядит следующим образом

Квантование Ландау в магнитном поле



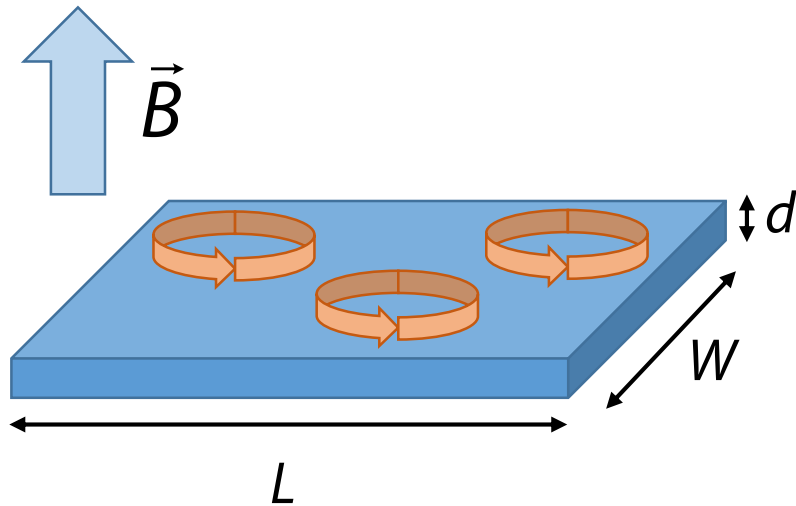
$$\hat{H} = \frac{1}{2m^*} \left(\hat{p} - \frac{q\hat{A}}{c} \right)^2 \quad \hat{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ Bx \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m^*} + \frac{1}{2m^*} \left(\hat{p}_y - \frac{qB\hat{x}}{c} \right)^2$$

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m^*} + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 \left(\hat{x} - \frac{\hbar k_y}{m^* \omega_c} \right)^2$$

В таком случае гамильтониан сводится к гамильтониану квантового гармонического осциллятора

Квантование Ландау в магнитном поле



$$\hat{H} = \frac{1}{2m^*} \left(\hat{p} - \frac{q\hat{A}}{c} \right)^2 \quad \hat{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ Bx \\ 0 \end{pmatrix}$$

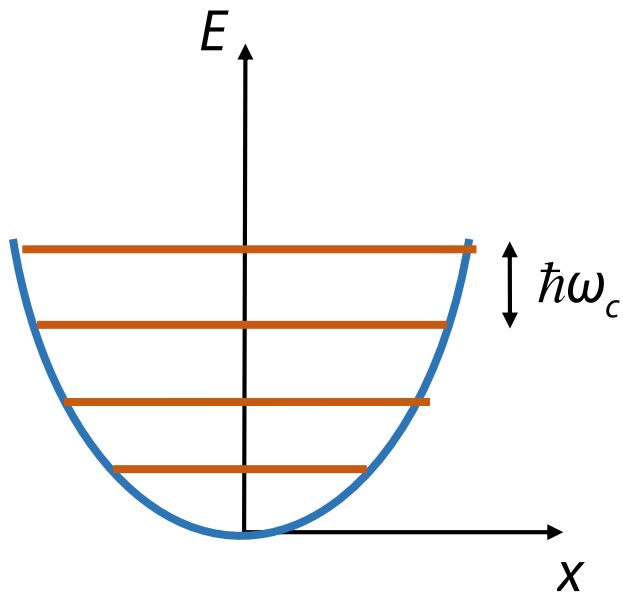
$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m^*} + \frac{1}{2m^*} \left(\hat{p}_y - \frac{qB\hat{x}}{c} \right)^2$$

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m^*} + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 \left(\hat{x} - \frac{\hbar k_y}{m^* \omega_c} \right)^2$$

$$E_n = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

Решение квантового
гармонического осциллятора

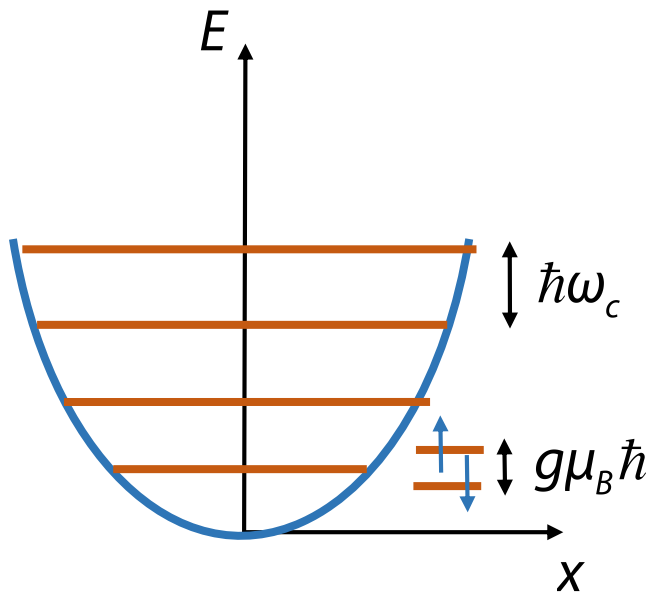
Квантование Ландау в магнитном поле



Решение представляет из себя набор эквидистантных уровней энергии – уровней Ландау

$$E_n = \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

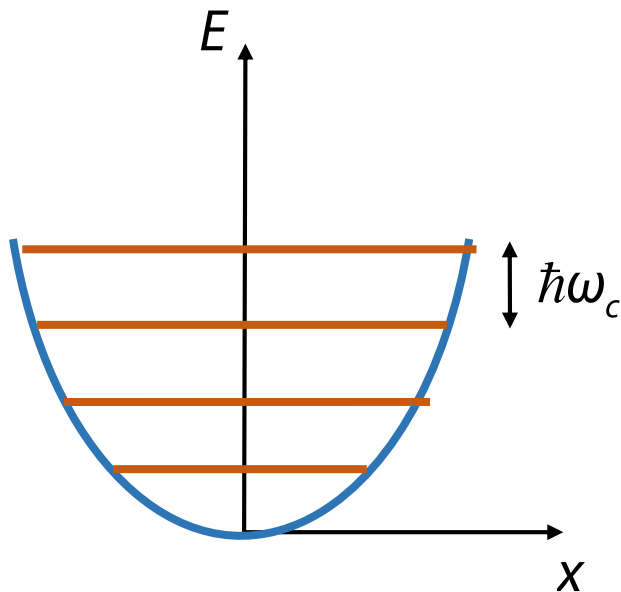
Квантование Ландау в магнитном поле



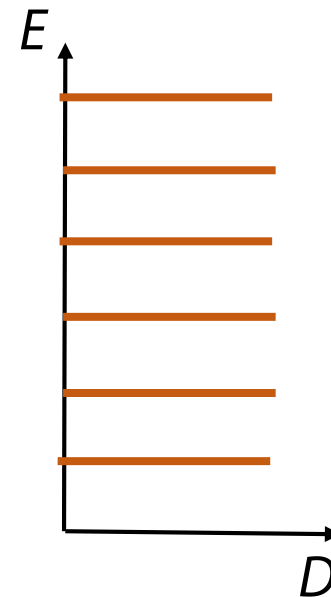
$$E_n = \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

Каждый уровень Ландау расщеплён по спину, но мы это не будем учитывать

Квантование Ландау в магнитном поле



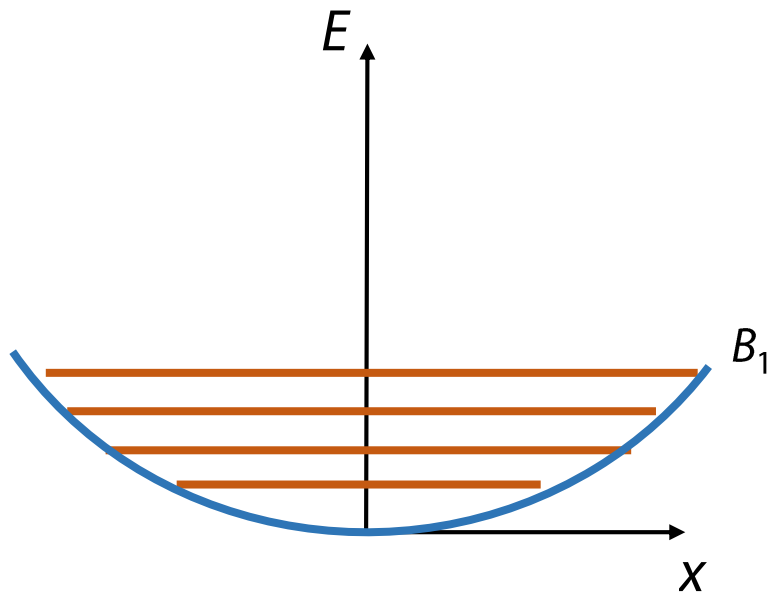
$$E_n = \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$



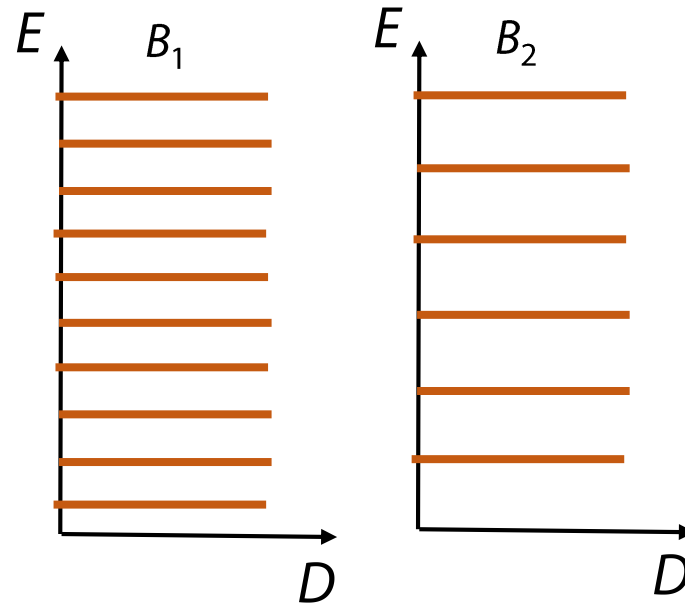
Поскольку теперь в двумерном электронном газе энергия квантуется по всем трём направлениям, то плотность состояний представляет из себя набор эквидистантных δ -функций

Квантование Ландау в магнитном поле

В слабом магнитном поле уровни Ландау располагаются более плотно, чем в сильном



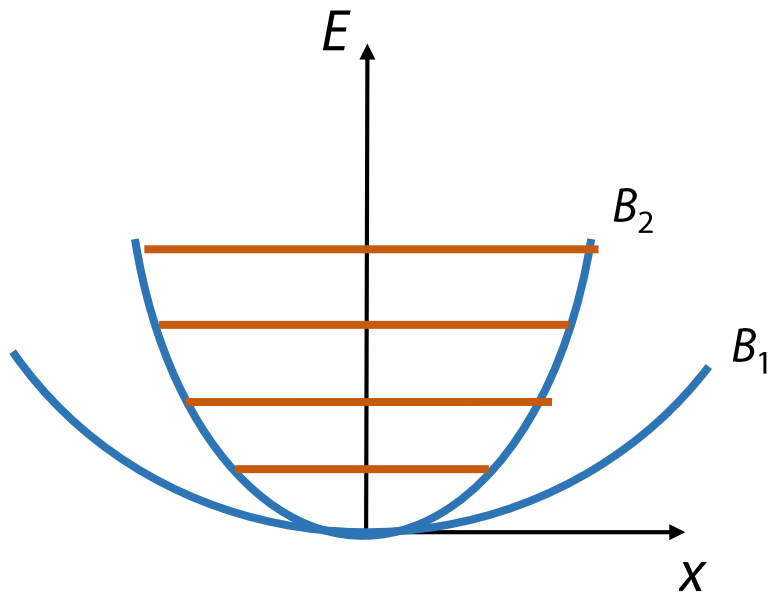
$$E_n = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$



$$B_3 > B_2 > B_1$$

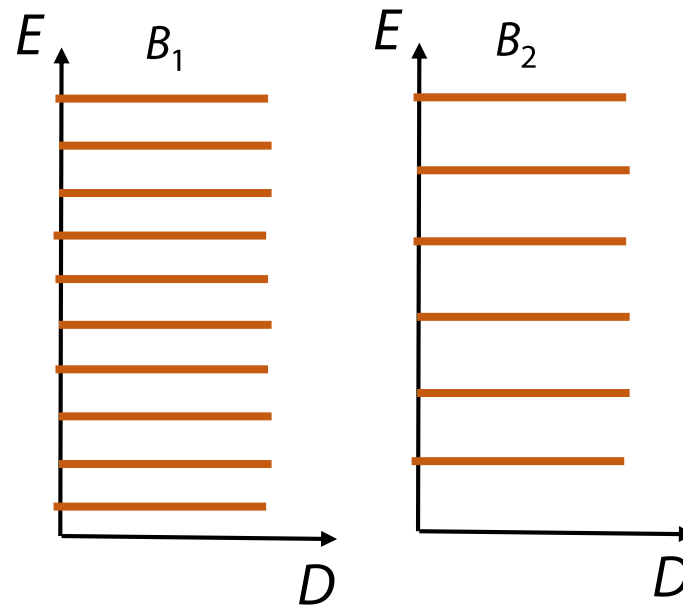
Квантование Ландау в магнитном поле

В слабом магнитном поле уровни Ландау располагаются более плотно, чем в сильном



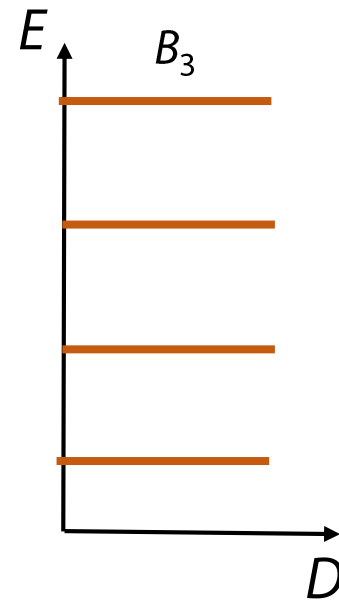
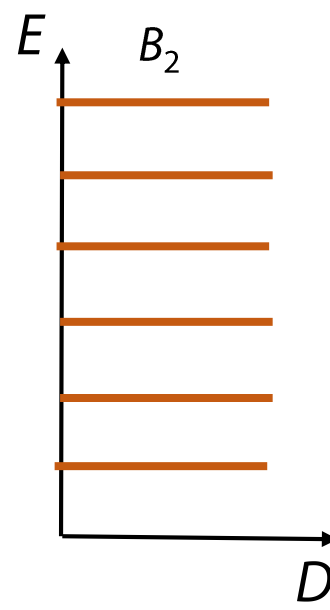
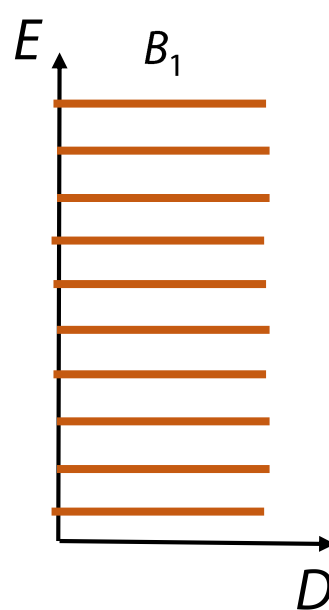
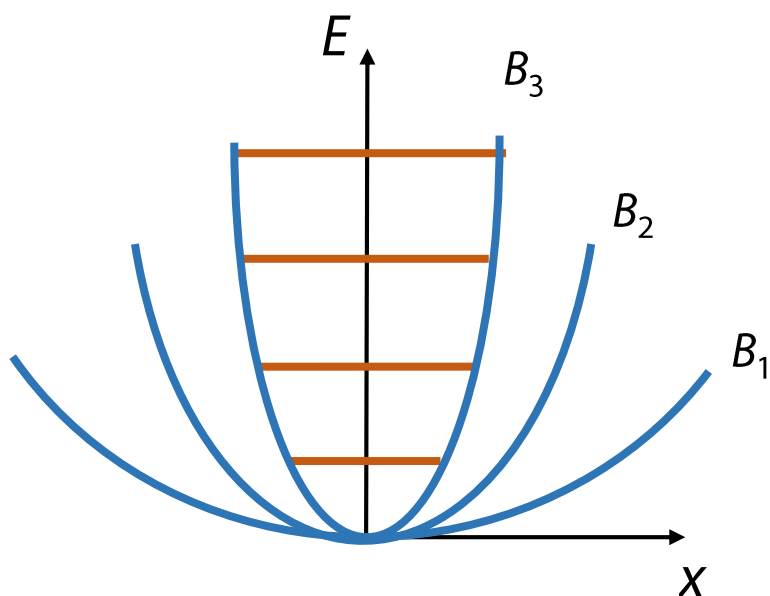
$$E_n = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

$$B_3 > B_2 > B_1$$



Квантование Ландау в магнитном поле

В слабом магнитном поле уровни Ландау располагаются более плотно, чем в сильном

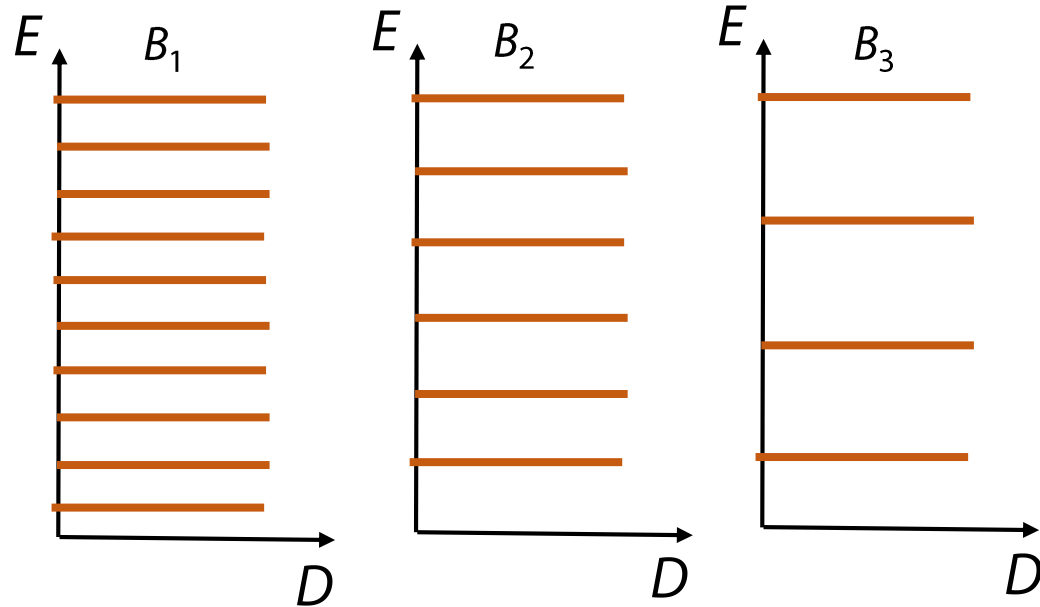
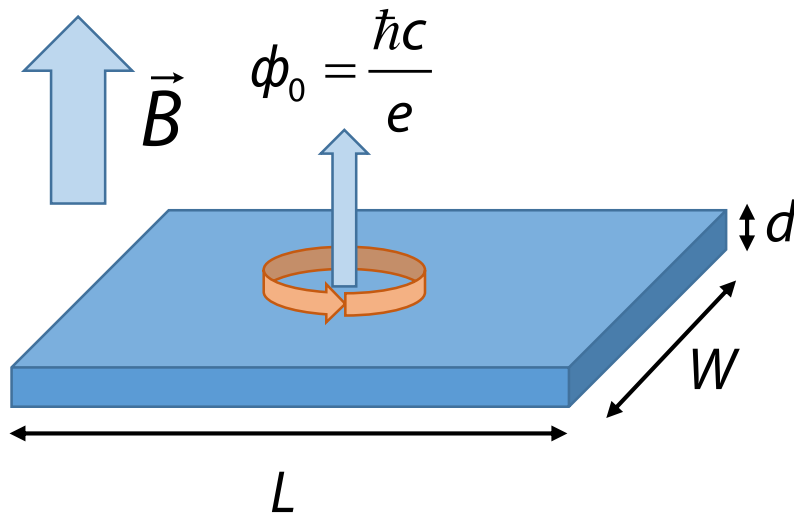


$$E_n = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

$$B_3 > B_2 > B_1$$

Квантование Ландау в магнитном поле

Поток магнитного поля делится на элементарные кванты магнитного потока

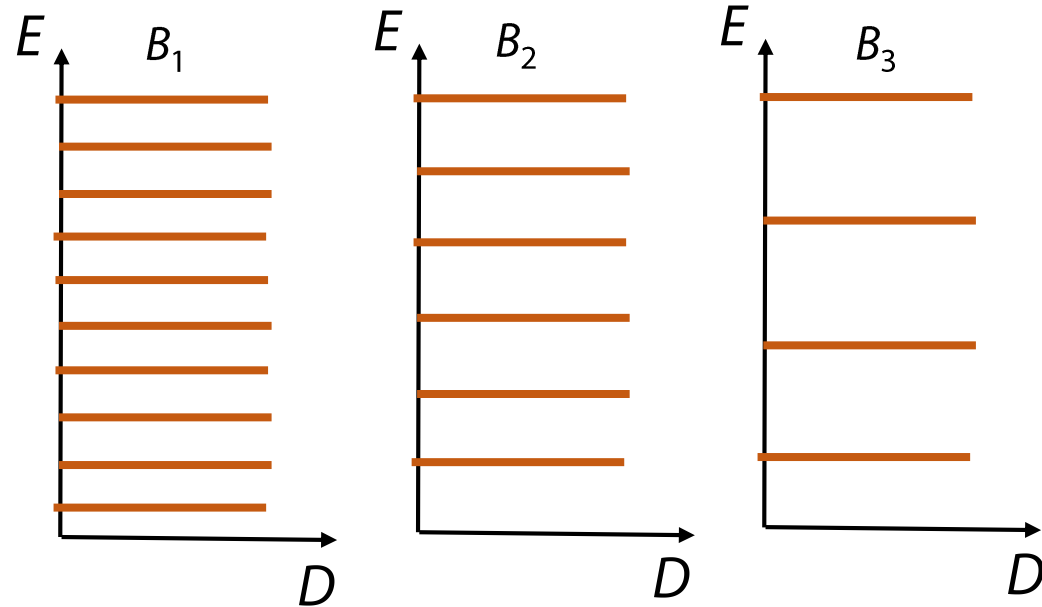
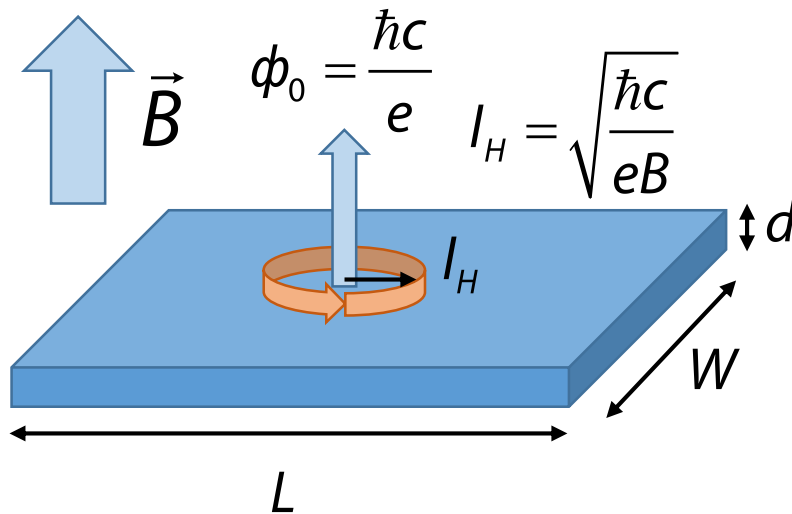


$$E_n = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

$$B_3 > B_2 > B_1$$

Квантование Ландау в магнитном поле

Каждый квант магнитного потока имеет радиус равный магнитной длине l_H

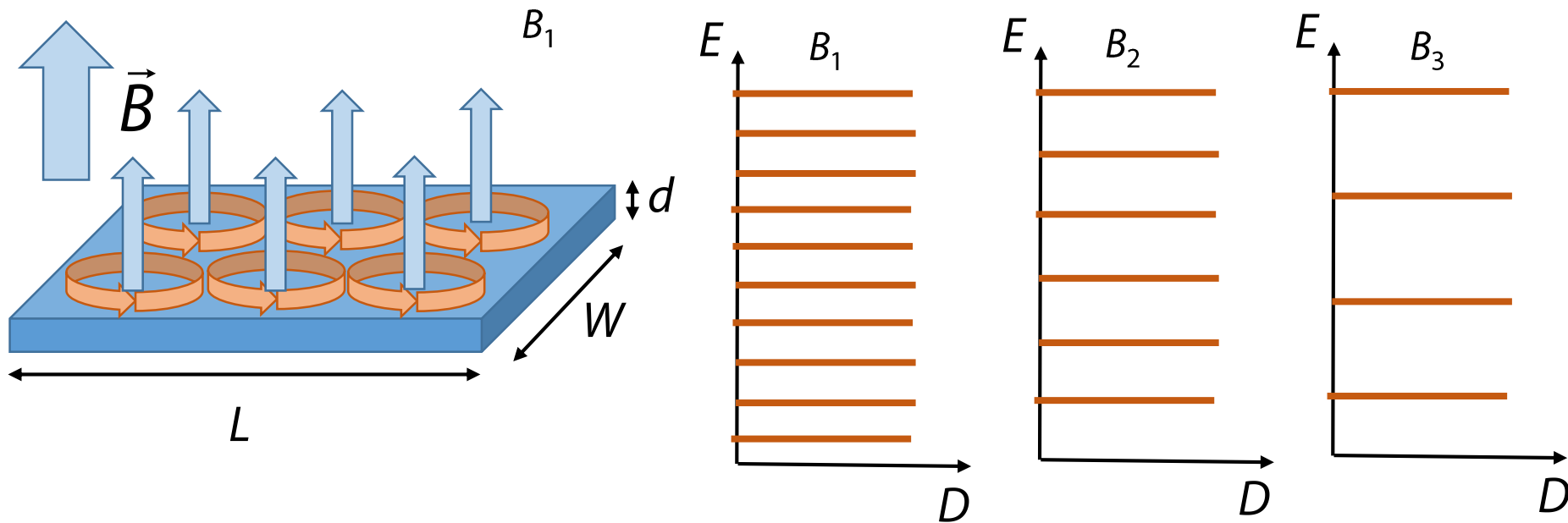


$$E_n = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

$$B_3 > B_2 > B_1$$

Квантование Ландау в магнитном поле

Кванты магнитного потока пронизывают всю поверхность образца



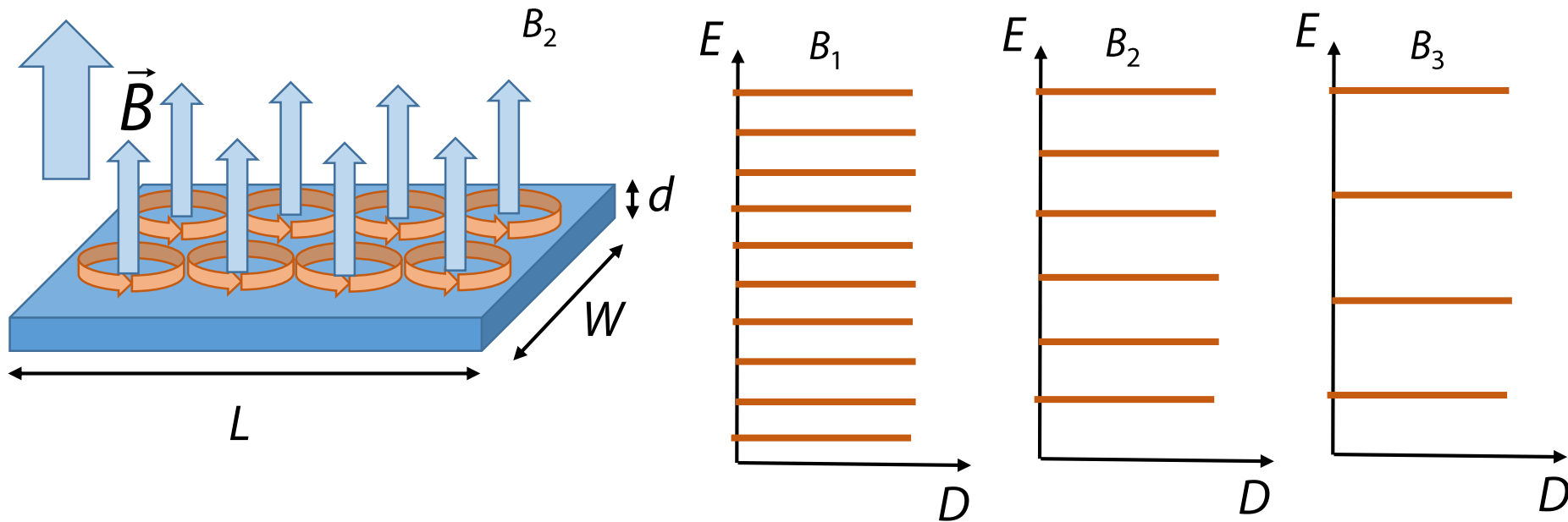
$$E_n = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

$$B_3 > B_2 > B_1$$

$$I_H = \sqrt{\frac{\hbar c}{eB}}$$

Квантование Ландау в магнитном поле

При увеличении величины магнитного поля всё большее число квантов магнитного потока пронизывает поверхность образца



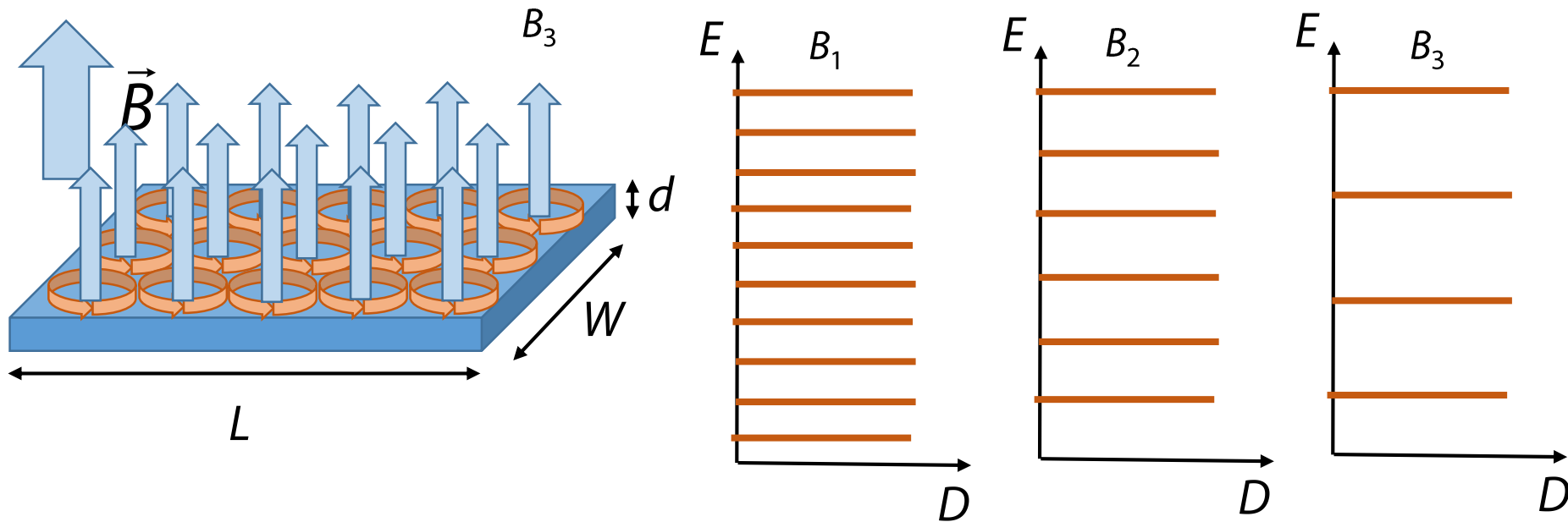
$$E_n = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

$$B_3 > B_2 > B_1$$

$$I_H = \sqrt{\frac{\hbar c}{eB}}$$

Квантование Ландау в магнитном поле

При увеличении величины магнитного поля всё большее число квантов магнитного потока пронизывает поверхность образца



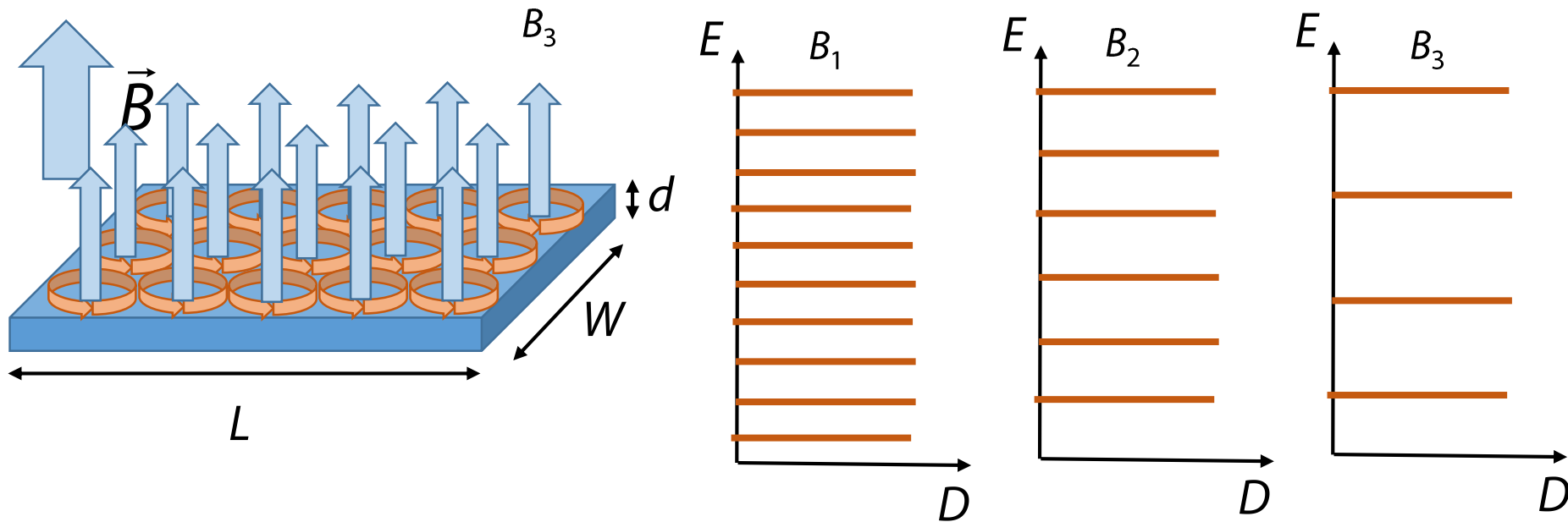
$$E_n = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

$$B_3 > B_2 > B_1$$

$$I_H = \sqrt{\frac{\hbar c}{eB}}$$

Квантование Ландау в магнитном поле

Для удобства вводят фактор заполнения ν , равный отношению концентрации носителей заряда к концентрации квантов магнитного потока



$$E_n = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

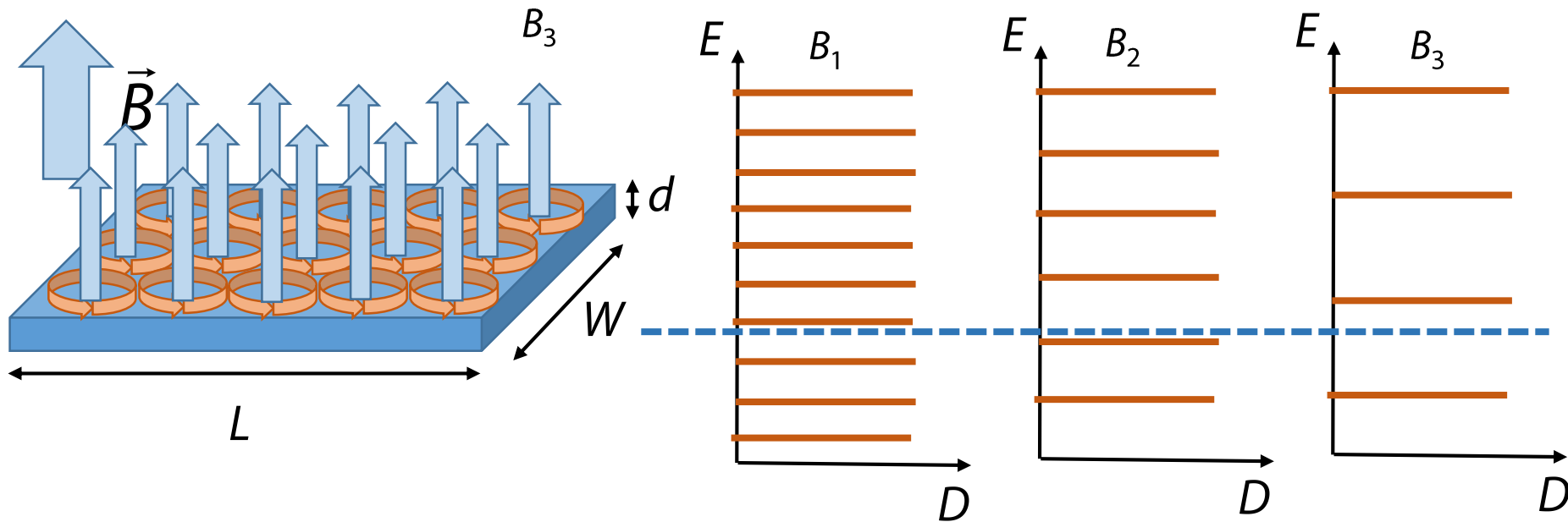
$$B_3 > B_2 > B_1$$

$$I_H = \sqrt{\frac{\hbar c}{eB}}$$

$$\nu = \frac{n}{n_B}$$

Квантование Ландау в магнитном поле

Фактор заполнения показывает количество полностью заполненных уровней Ландау. В системе с неизменным числом свободных носителей фактор заполнения будет уменьшаться с увеличением величины магнитного поля



$$E_n = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

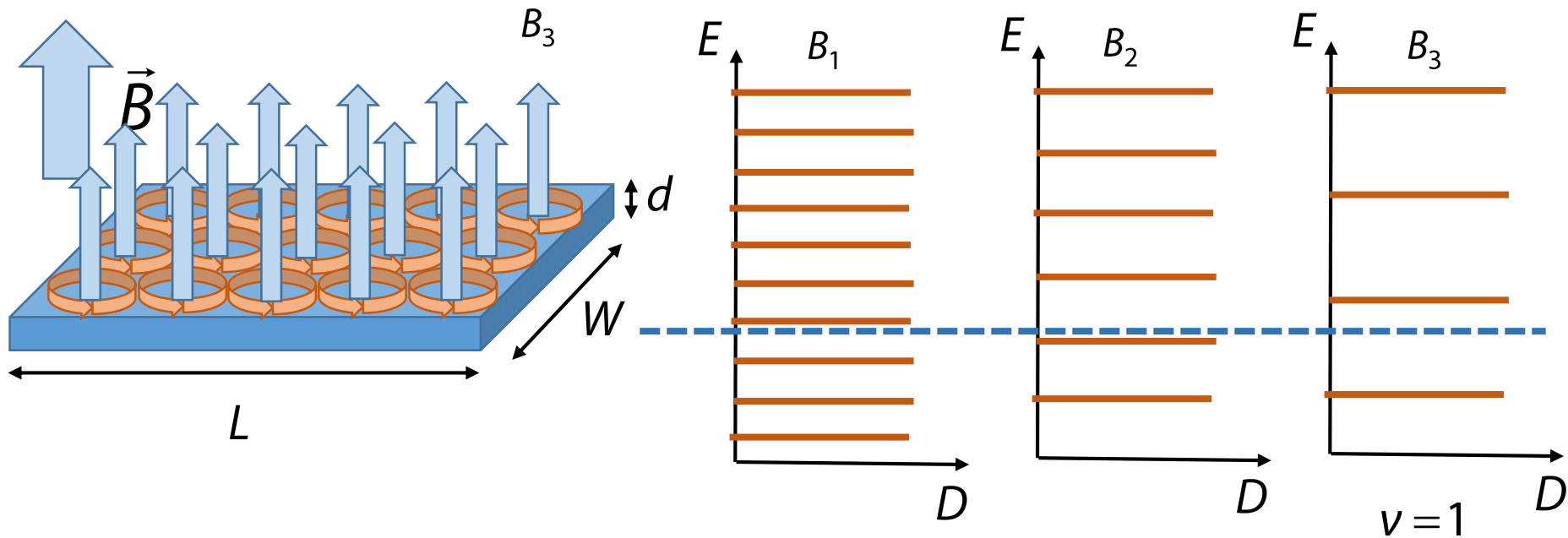
$$B_3 > B_2 > B_1$$

$$I_H = \sqrt{\frac{\hbar c}{eB}}$$

$$\nu = \frac{n}{n_B}$$

Квантование Ландау в магнитном поле

Фактор заполнения показывает количество полностью заполненных уровней Ландау. В системе с неизменным числом свободных носителей фактор заполнения будет уменьшаться с увеличением величины магнитного поля



$$E_n = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

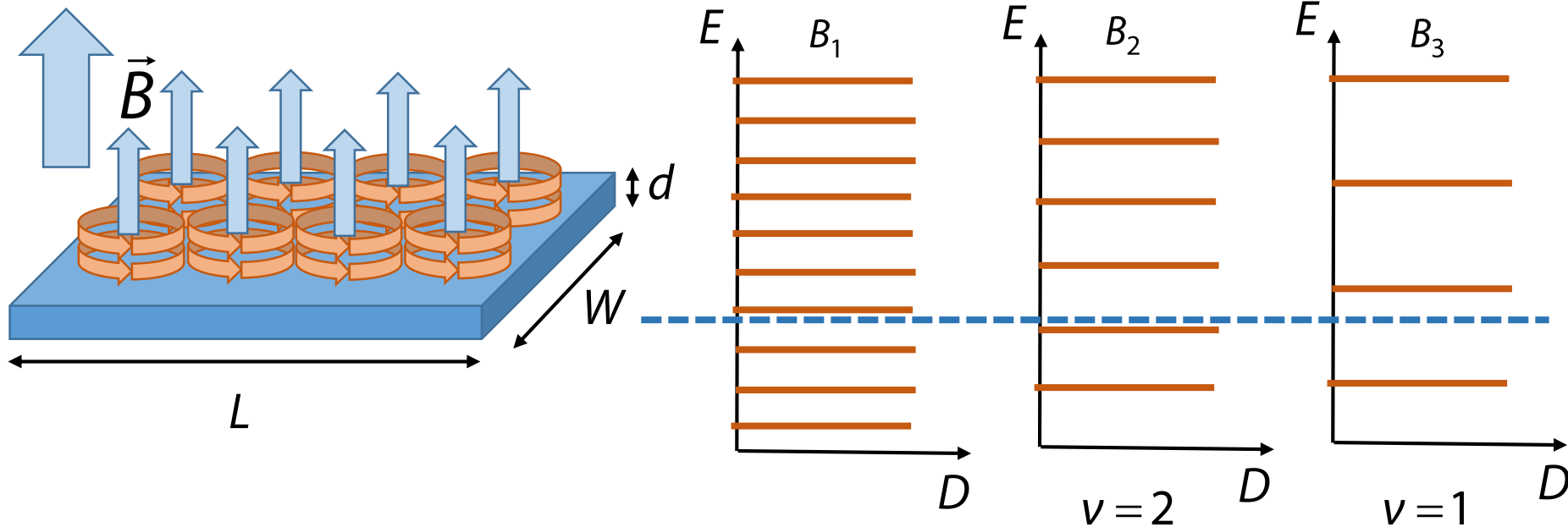
$$B_3 > B_2 > B_1$$

$$l_H = \sqrt{\frac{\hbar c}{eB}}$$

$$\nu = \frac{n}{n_B}$$

Квантование Ландау в магнитном поле

Фактор заполнения показывает количество полностью заполненных уровней Ландау. В системе с неизменным числом свободных носителей фактор заполнения будет уменьшаться с увеличением величины магнитного поля



$$E_n = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

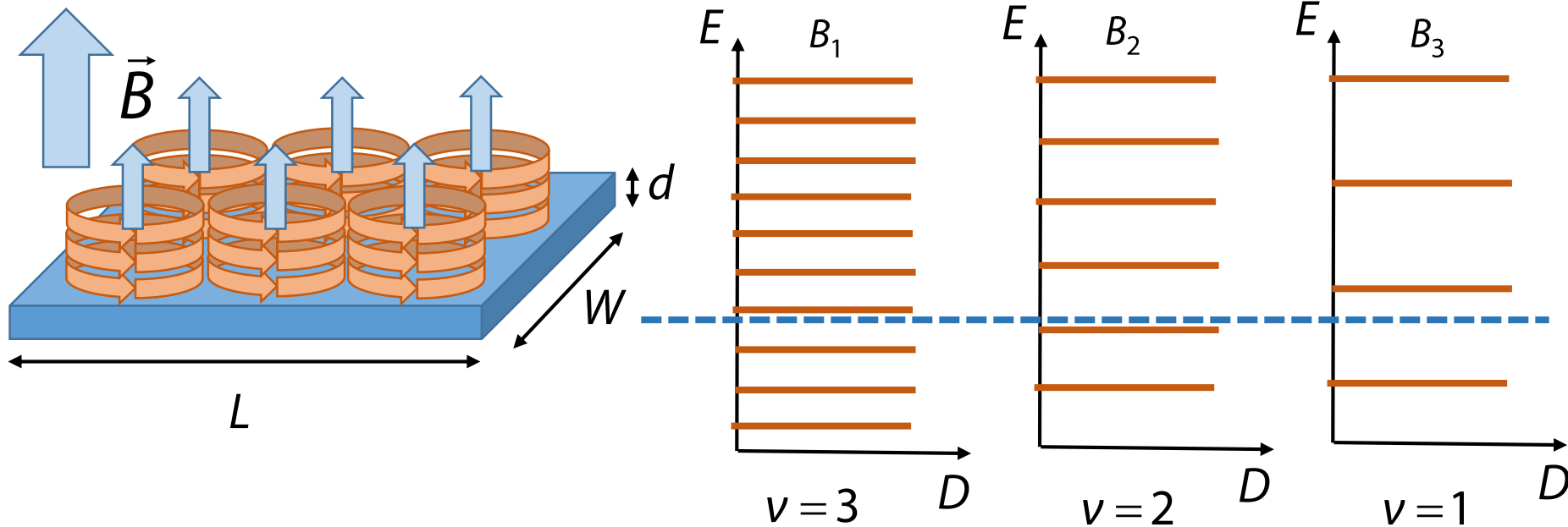
$$B_3 > B_2 > B_1$$

$$I_H = \sqrt{\frac{\hbar c}{eB}}$$

$$\nu = \frac{n}{n_B}$$

Квантование Ландау в магнитном поле

Фактор заполнения показывает количество полностью заполненных уровней Ландау. В системе с неизменным числом свободных носителей фактор заполнения будет уменьшаться с увеличением величины магнитного поля



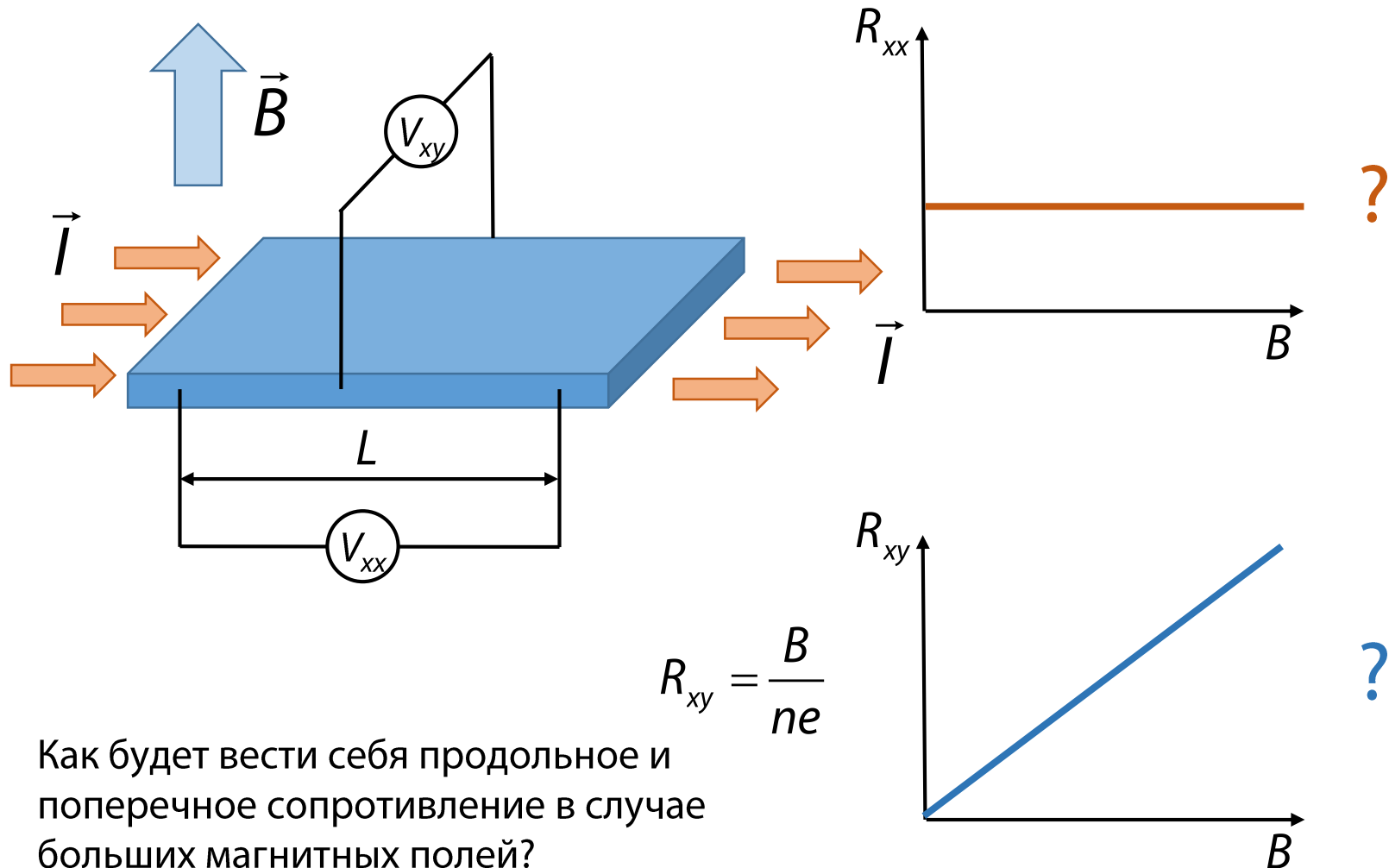
$$E_n = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

$$B_3 > B_2 > B_1$$

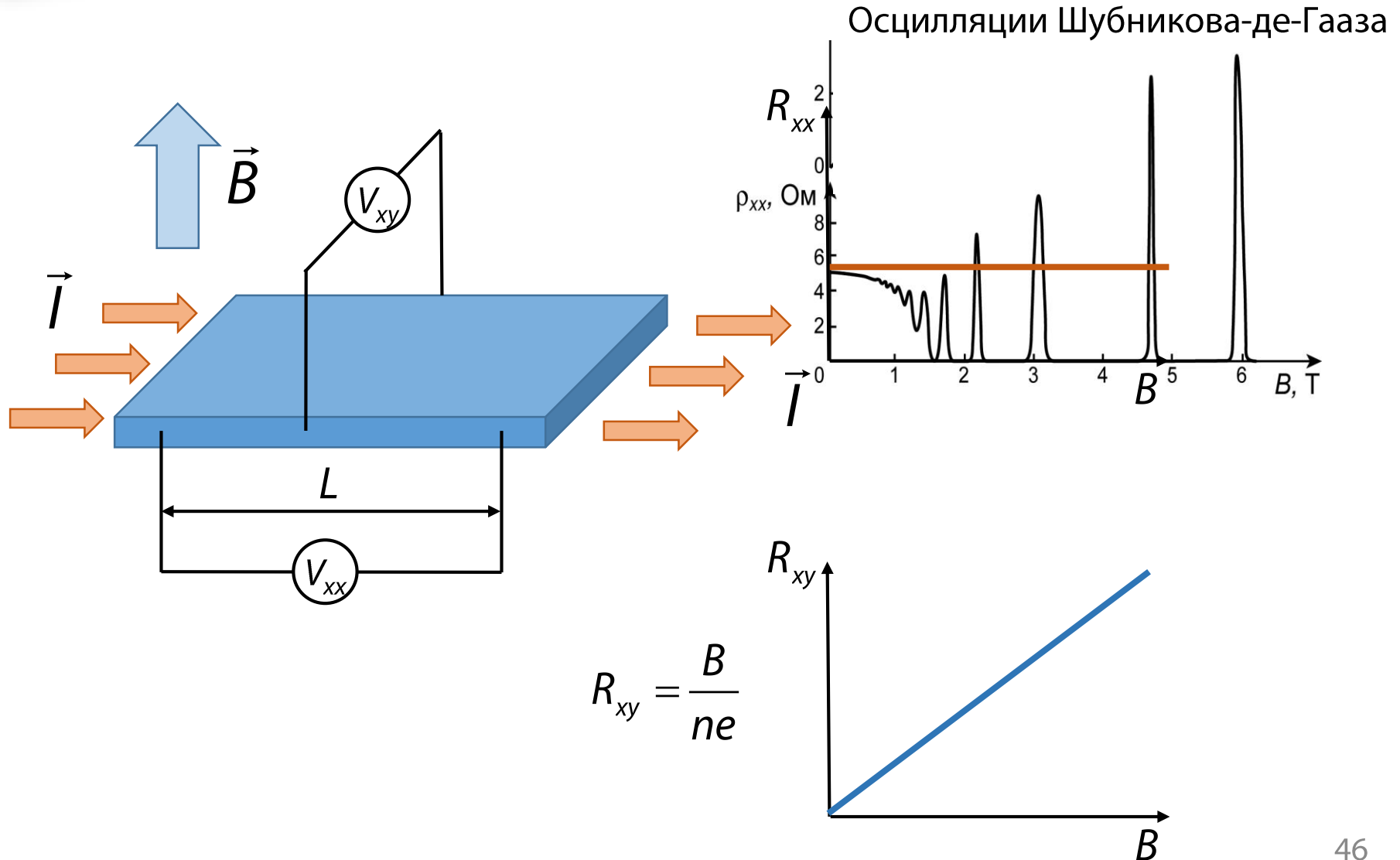
$$I_H = \sqrt{\frac{\hbar c}{eB}}$$

$$\nu = \frac{n}{n_B}$$

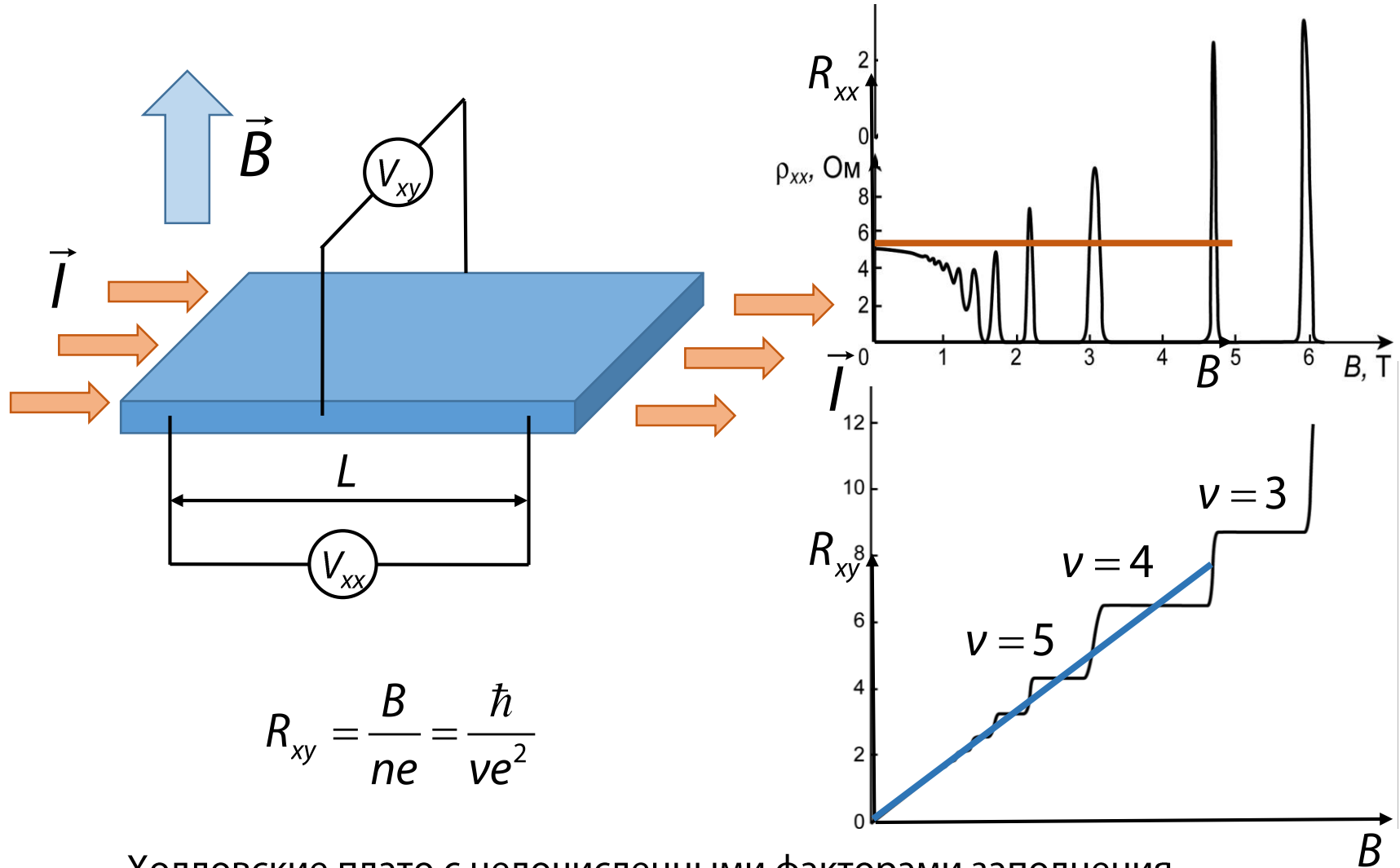
Квантовый эффект Холла



Квантовый эффект Холла



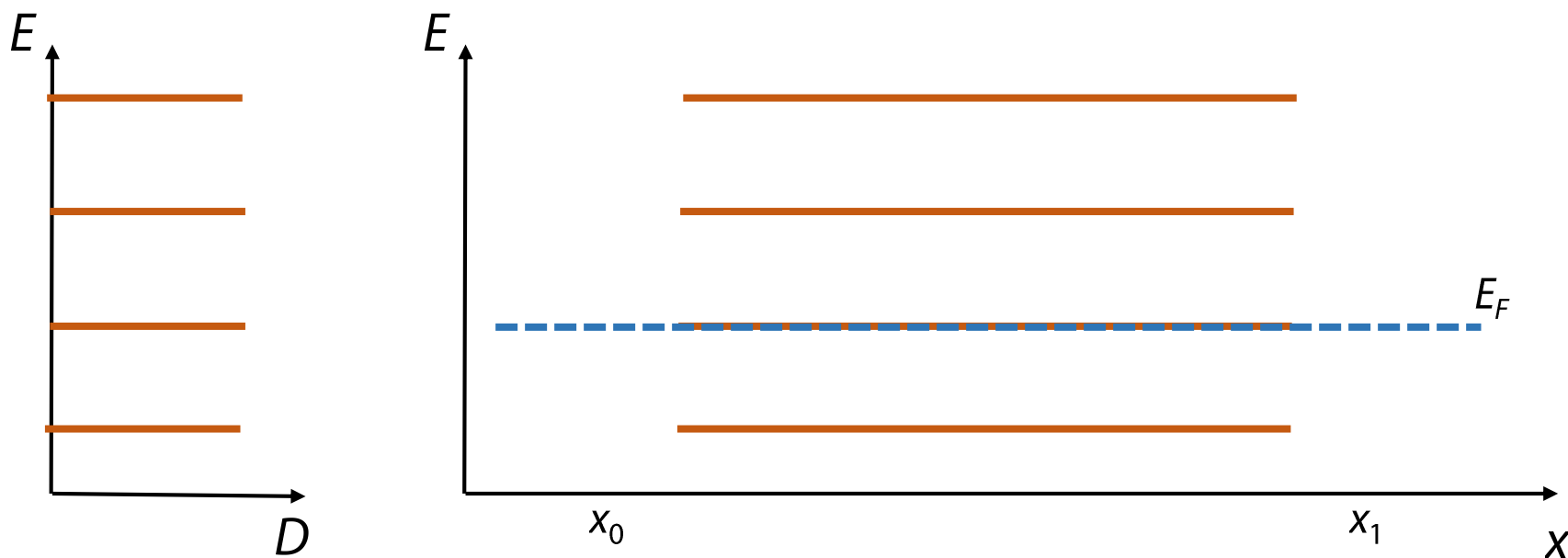
Квантовый эффект Холла



Холловские плато с целочисленными факторами заполнения

Роль делокализованных состояний

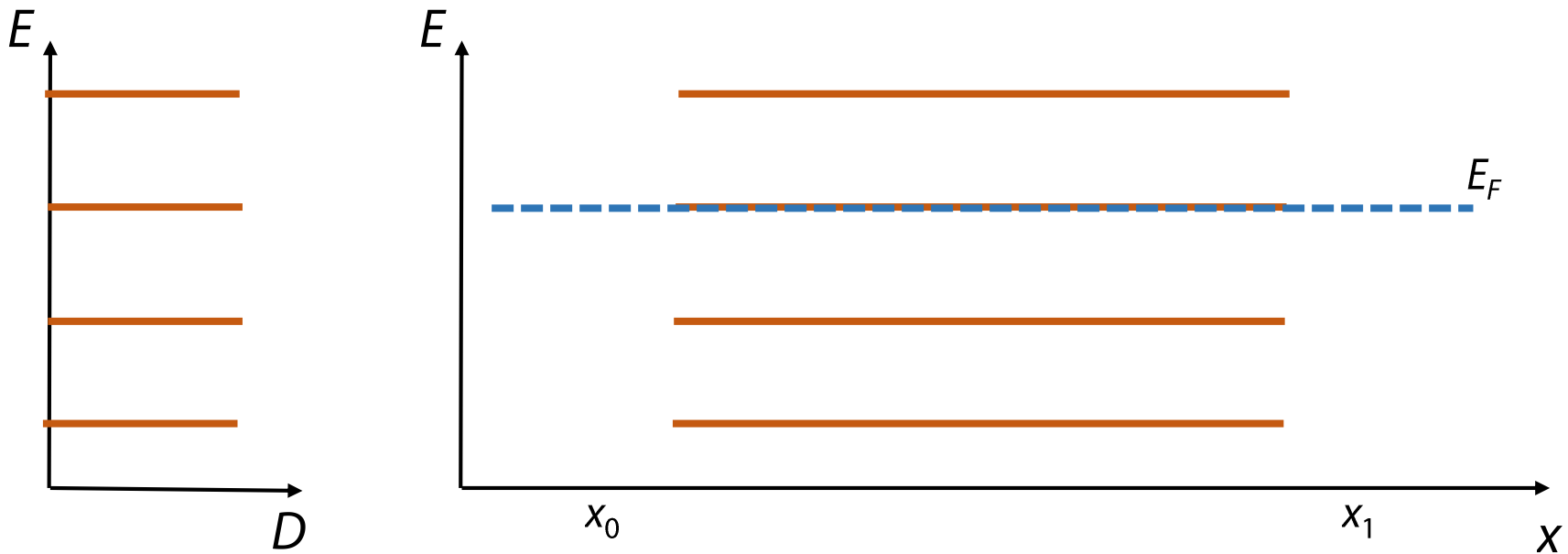
Целочисленный фактор заполнения возникает только в узком диапазоне концентраций. При добавлении одного «лишнего» электрона уровень ферми E_F сразу перемещается на следующий уровень Ландау



$$R_{xy} = \frac{\hbar}{ve^2}$$

Роль делокализованных состояний

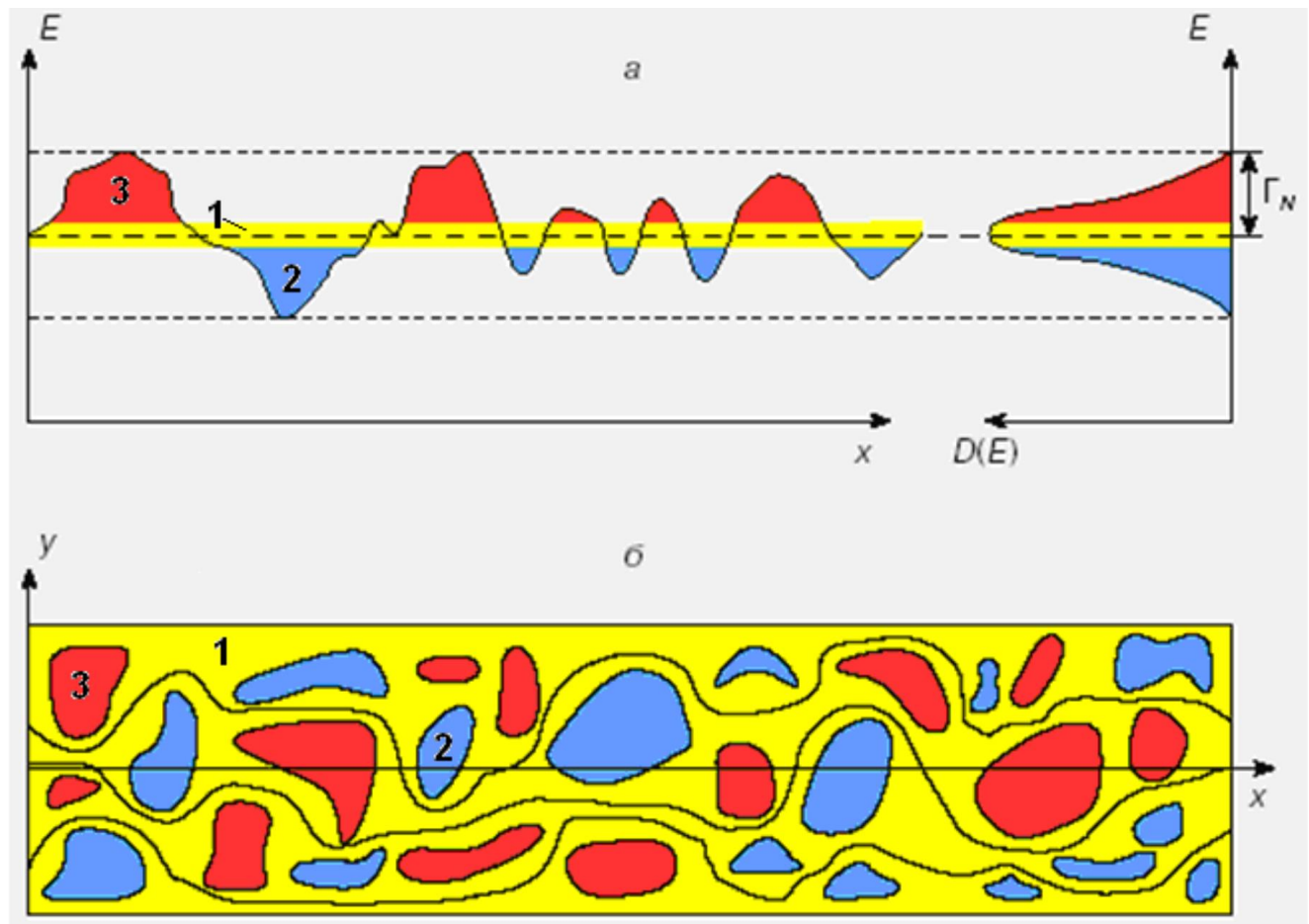
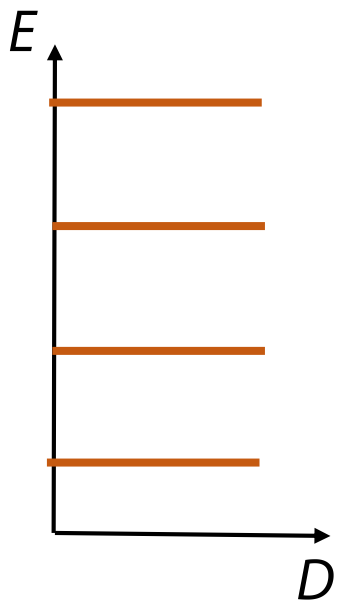
Целочисленный фактор заполнения возникает только в узком диапазоне концентраций. При добавлении одного «лишнего» электрона уровень ферми E_F сразу перемещается на следующий уровень Ландау



$$R_{xy} = \frac{\hbar}{ve^2}$$

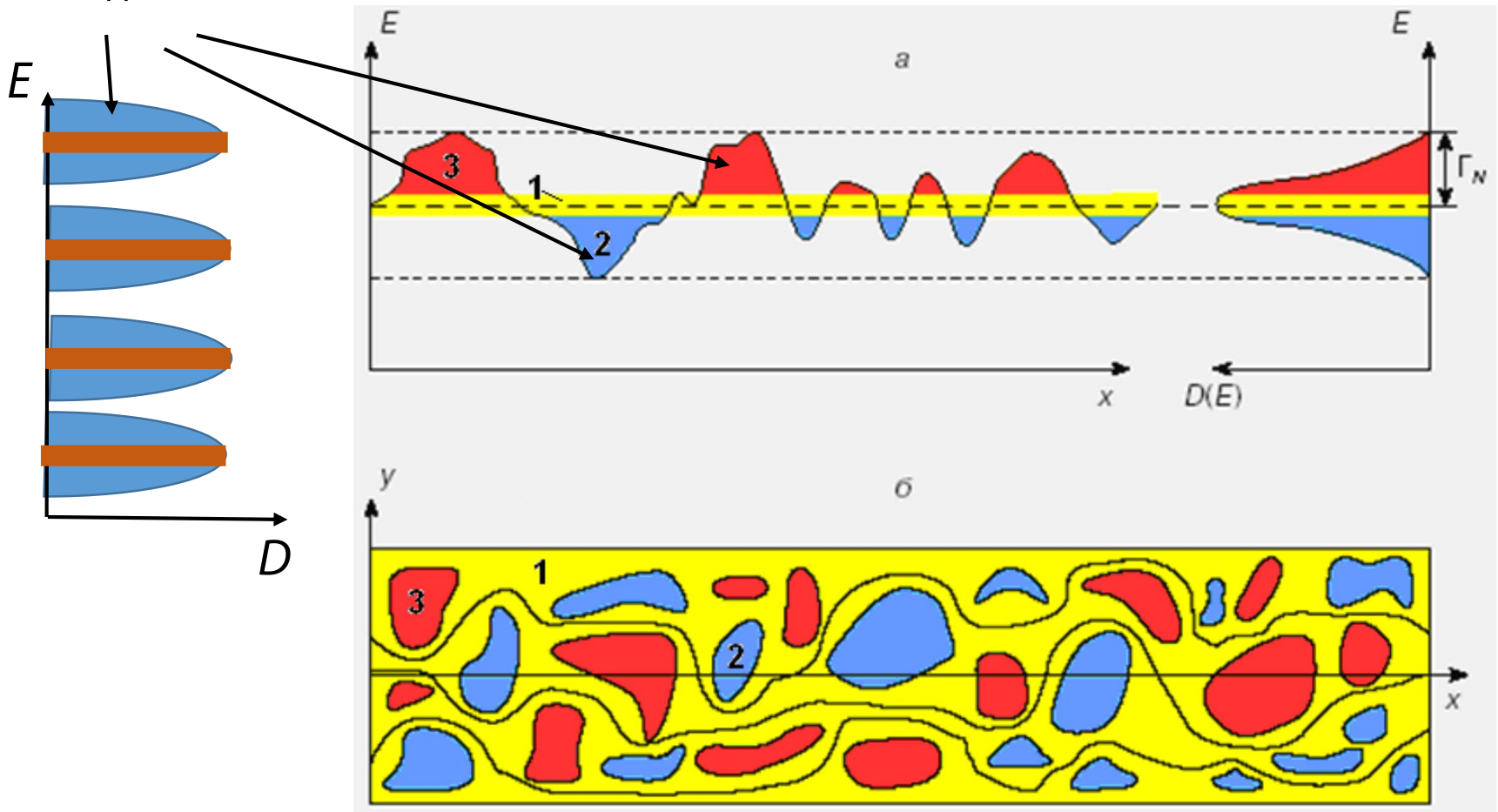
Роль делокализованных состояний

Потенциал реального образца имеет сложную «хаотичную» структуру



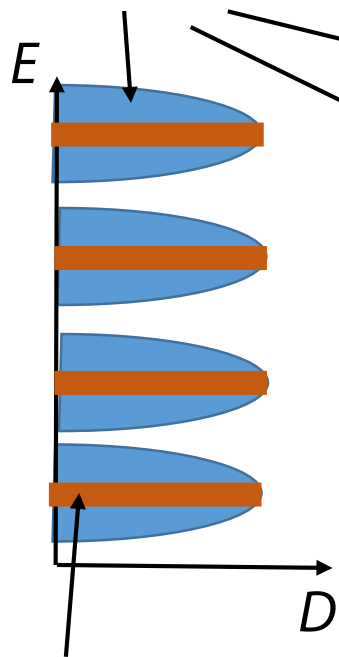
Роль делокализованных состояний

Локализованные
состояния не дают
вклад в ток

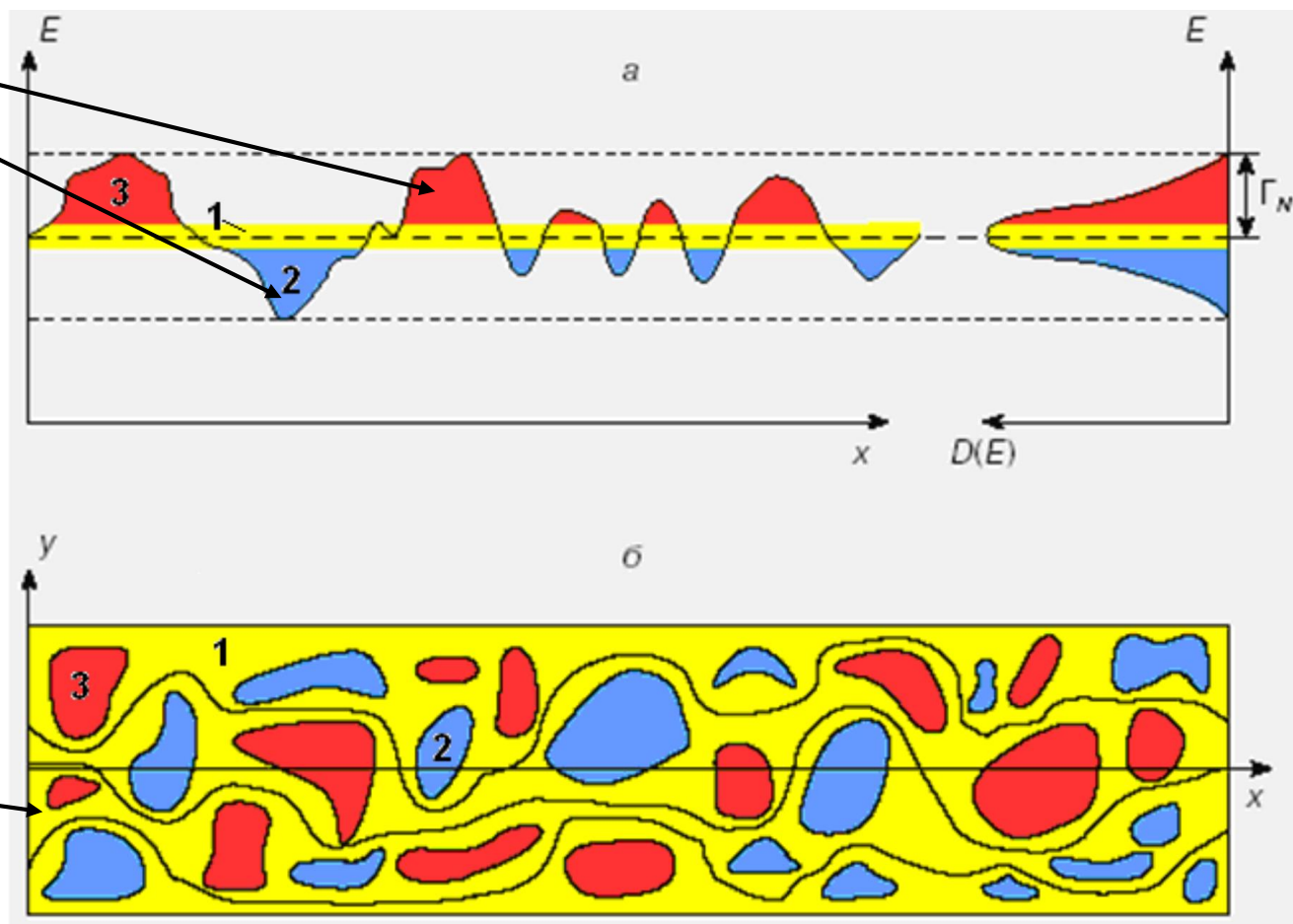


Роль делокализованных состояний

Локализованные
состояния не дают
вклад в ток

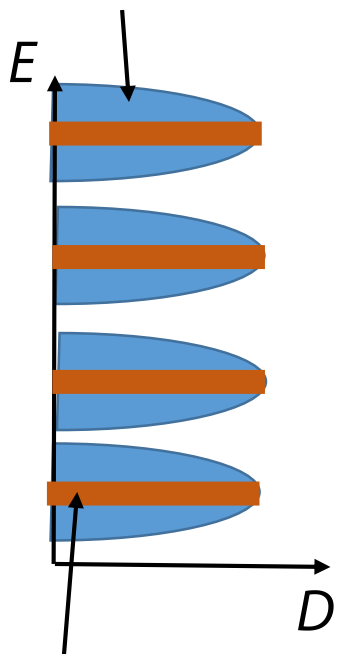


Делокализованные
состояния дают
вклад в ток



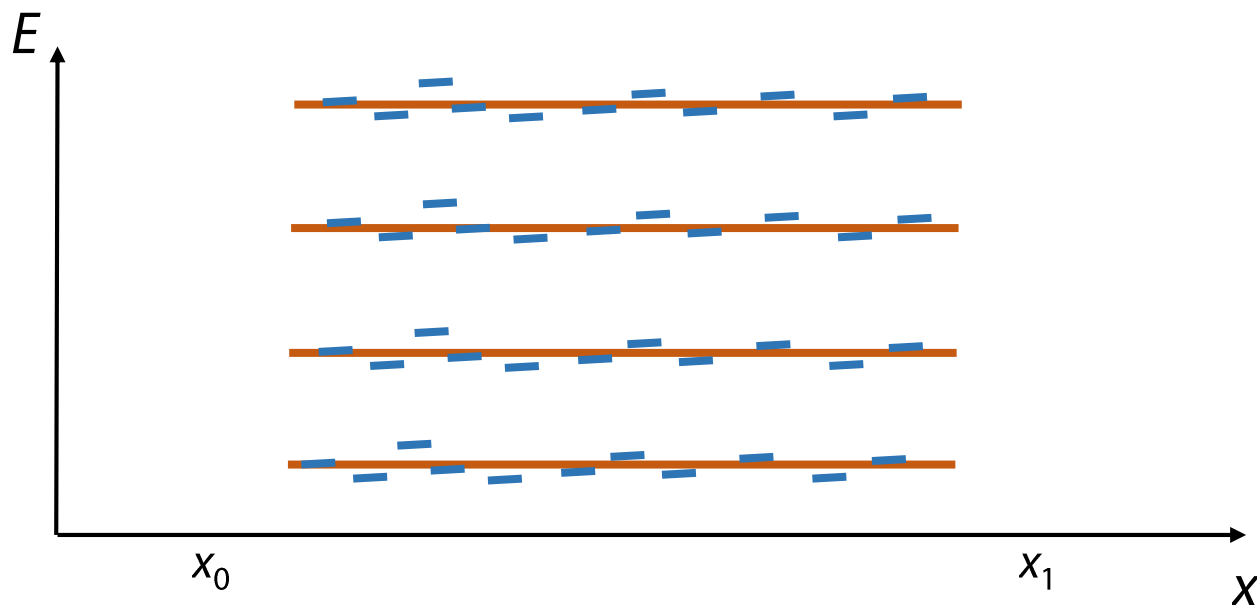
Роль делокализованных состояний

Локализованные состояния



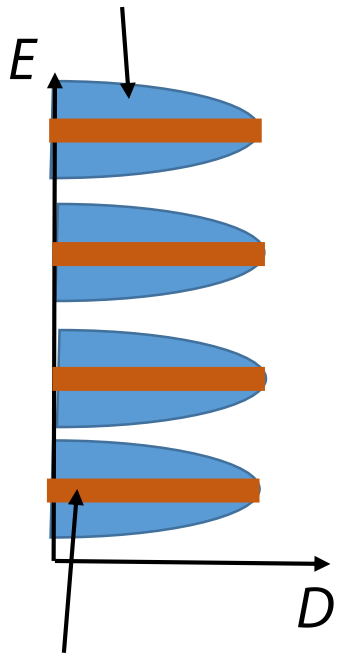
Делокализованные состояния

Локализованные состояния образуют дополнительные подуровни между уровнями Ландау, поэтому уровень ферми может находиться между уровнями Ландау



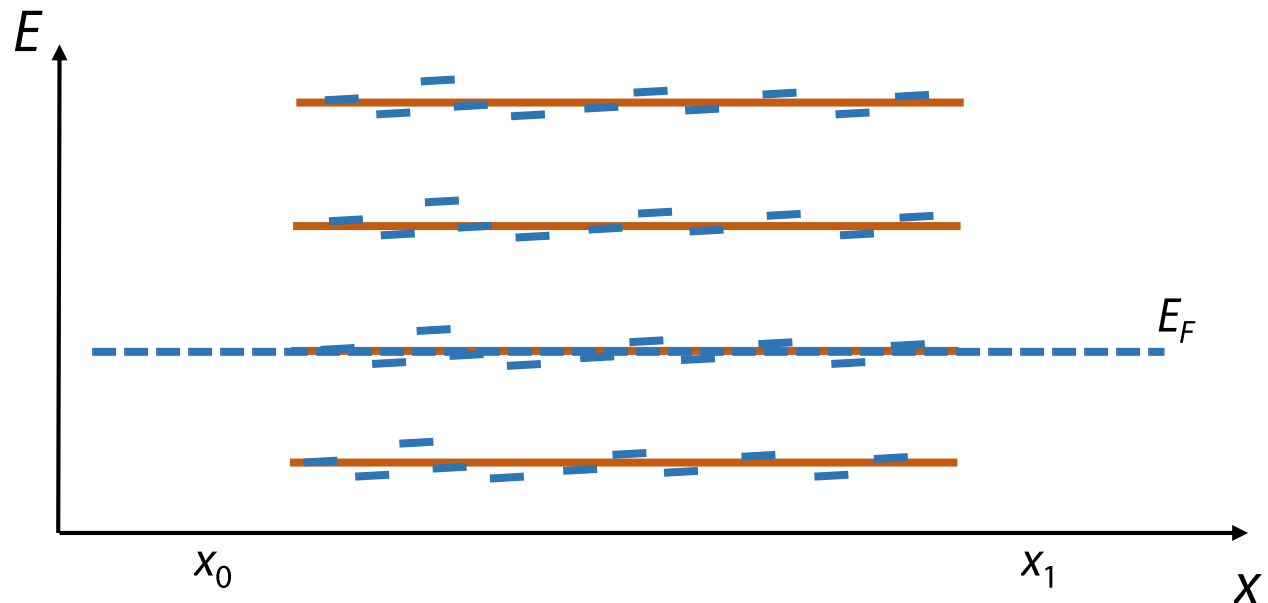
Роль делокализованных состояний

Локализованные состояния



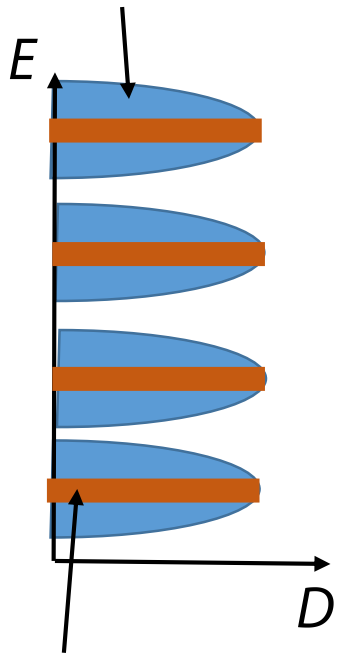
Делокализованные состояния

Локализованные состояния образуют дополнительные подуровни между уровнями Ландау, поэтому уровень ферми может находиться между уровнями Ландау



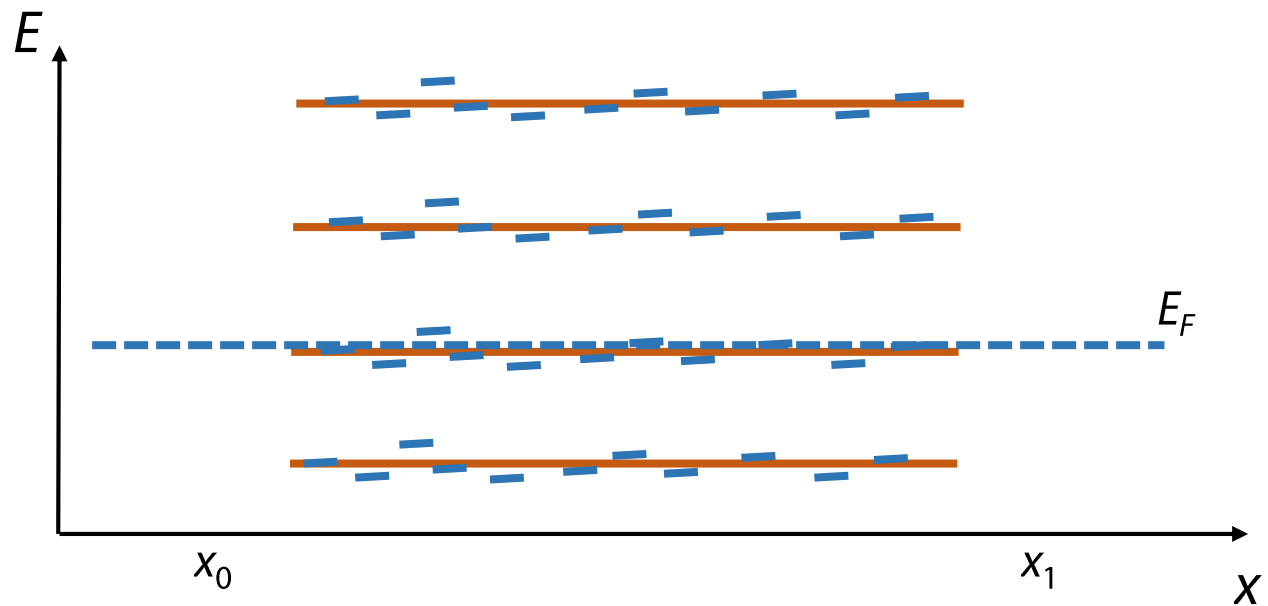
Роль делокализованных состояний

Локализованные состояния



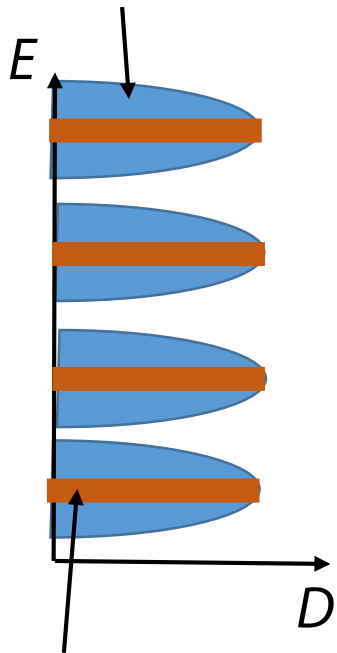
Делокализованные состояния

Локализованные состояния образуют дополнительные подуровни между уровнями Ландау, поэтому уровень ферми может находиться между уровнями Ландау



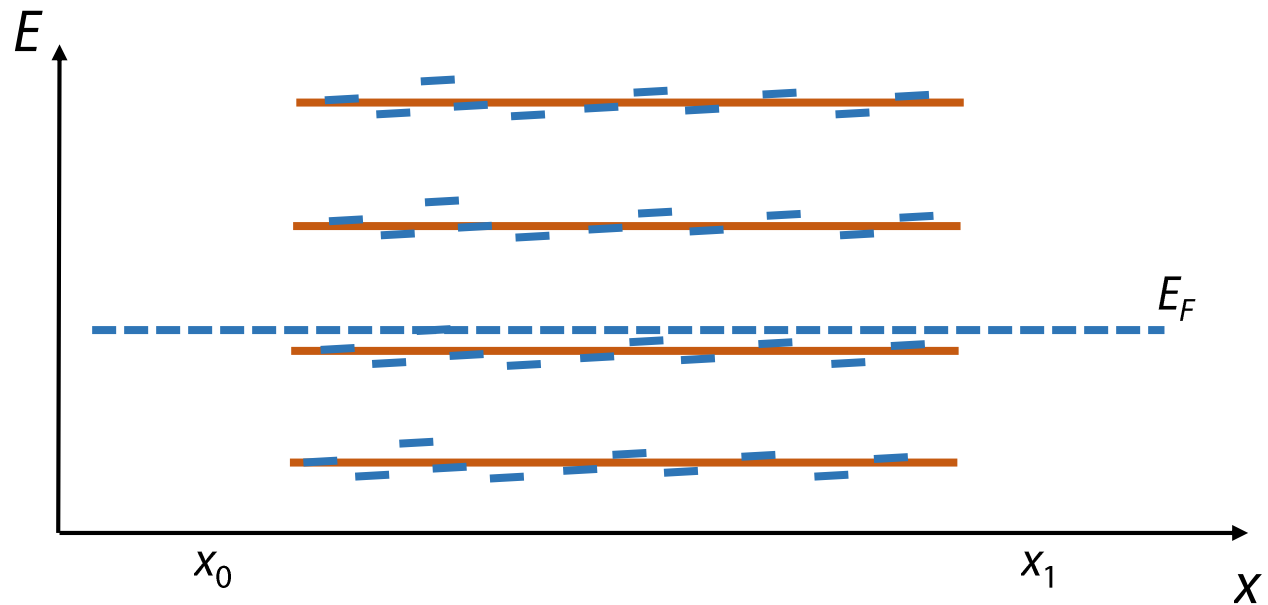
Роль делокализованных состояний

Локализованные состояния



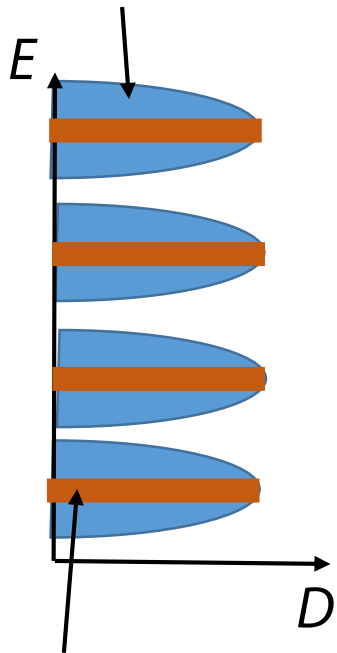
Делокализованные состояния

Локализованные состояния образуют дополнительные подуровни между уровнями Ландау, поэтому уровень ферми может находиться между уровнями Ландау



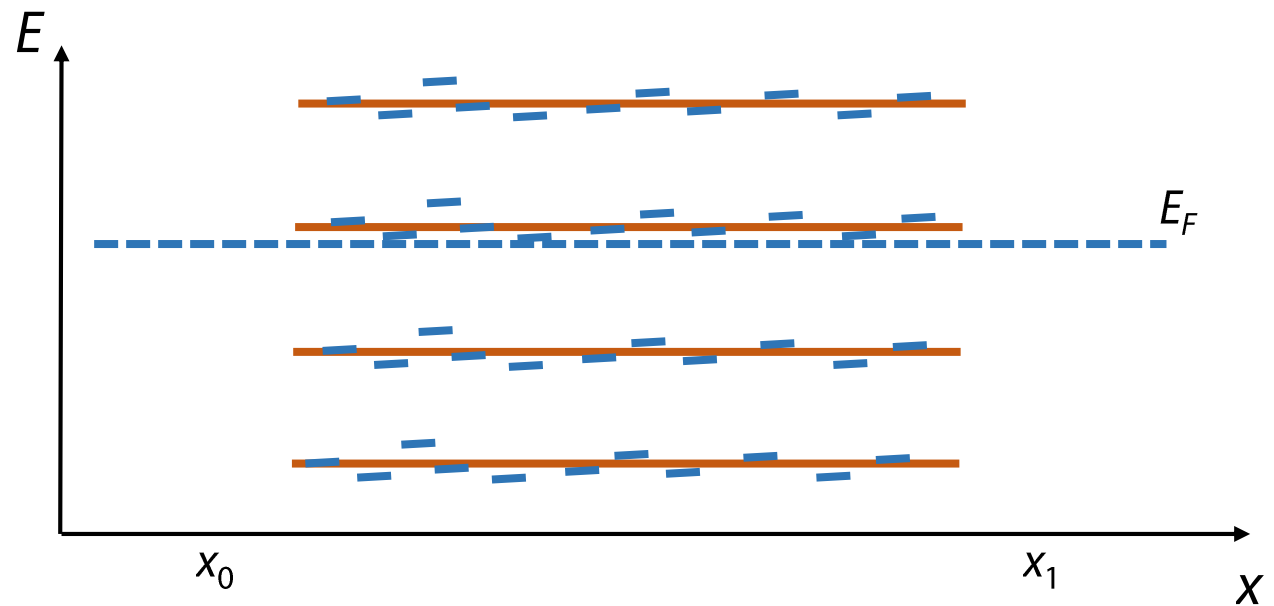
Роль делокализованных состояний

Локализованные состояния



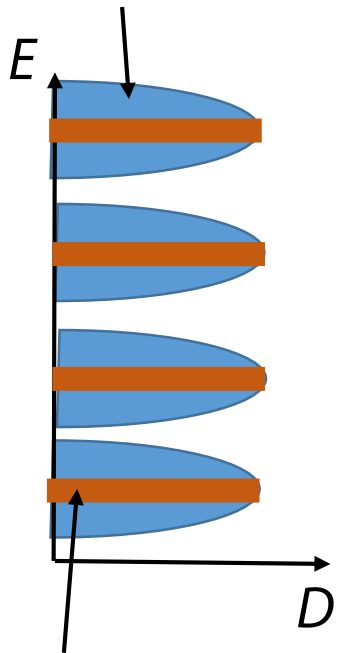
Делокализованные состояния

Локализованные состояния образуют дополнительные подуровни между уровнями Ландау, поэтому уровень ферми может находиться между уровнями Ландау



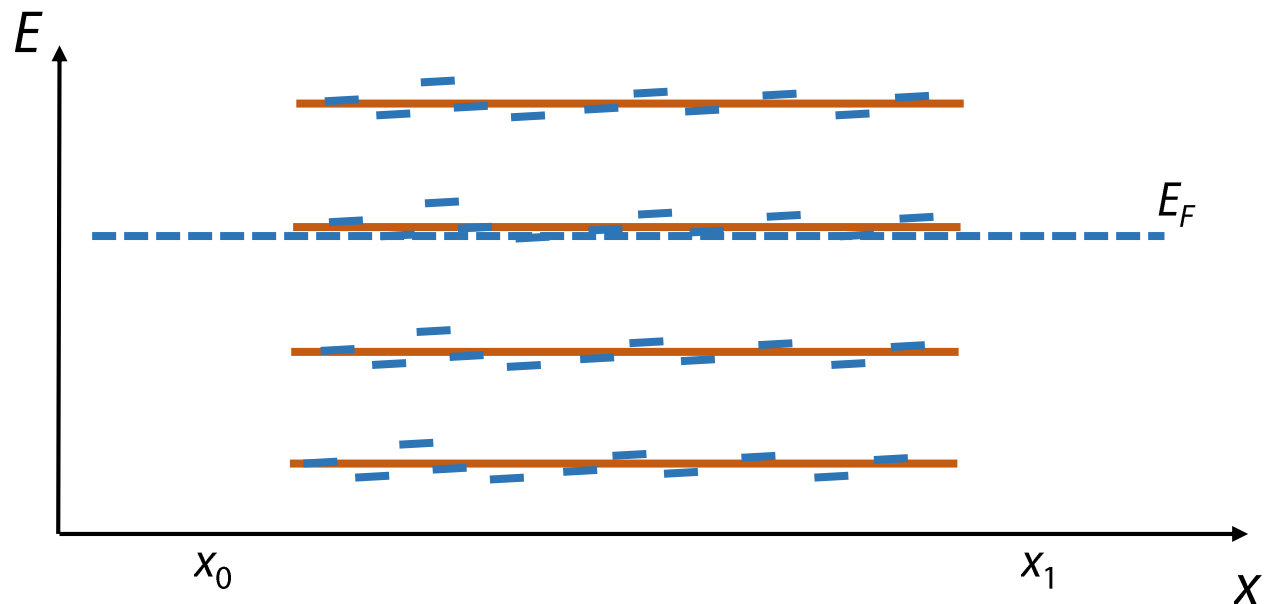
Роль делокализованных состояний

Локализованные состояния



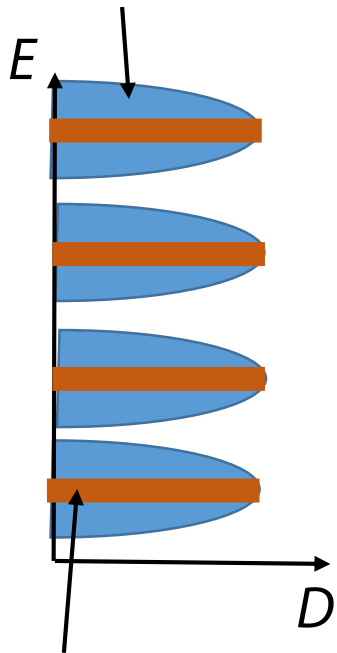
Делокализованные состояния

Локализованные состояния образуют дополнительные подуровни между уровнями Ландау, поэтому уровень ферми может находиться между уровнями Ландау



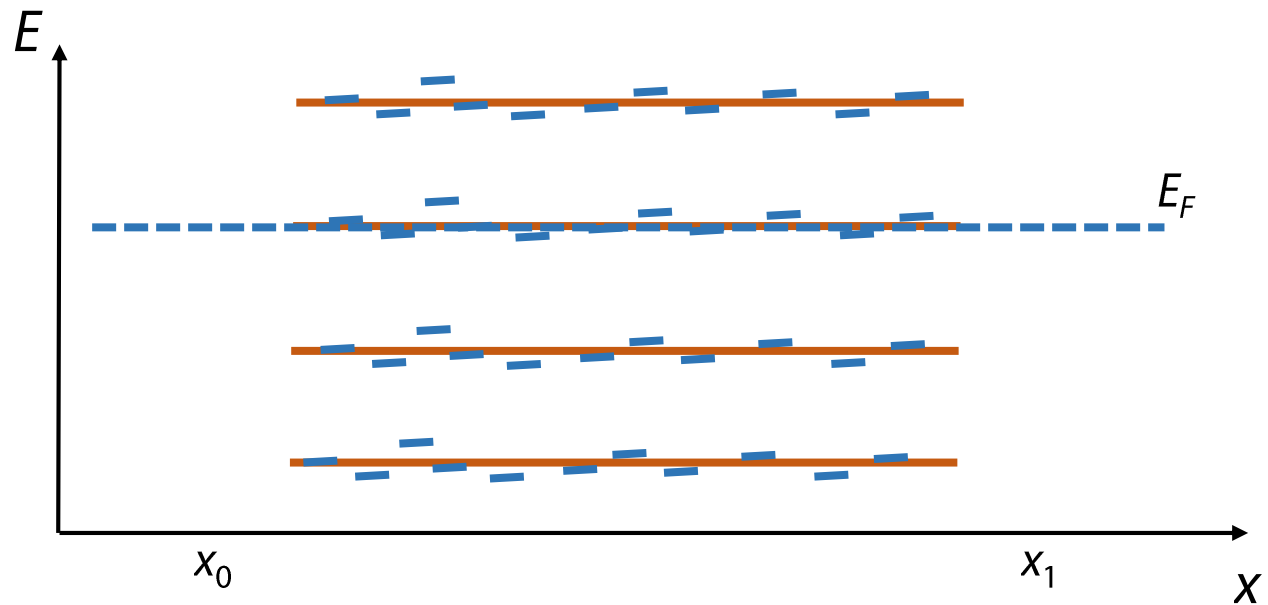
Роль делокализованных состояний

Локализованные состояния



Делокализованные состояния

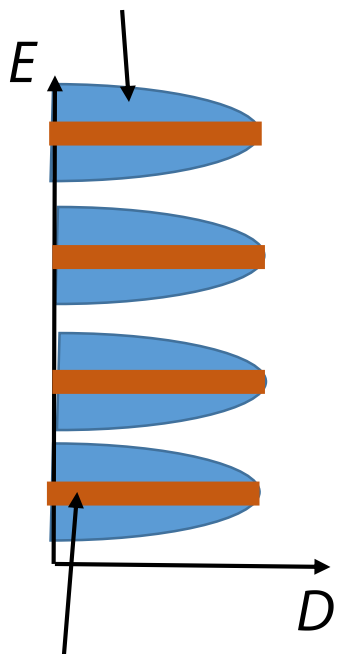
Локализованные состояния образуют дополнительные подуровни между уровнями Ландау, поэтому уровень ферми может находиться между уровнями Ландау



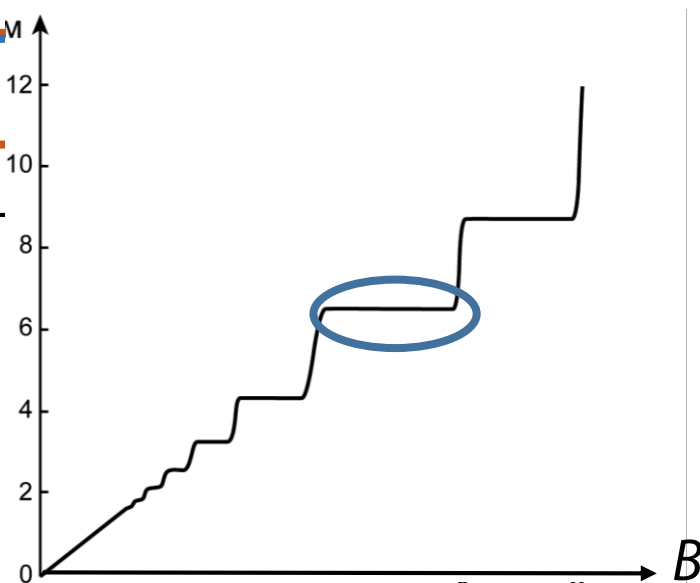
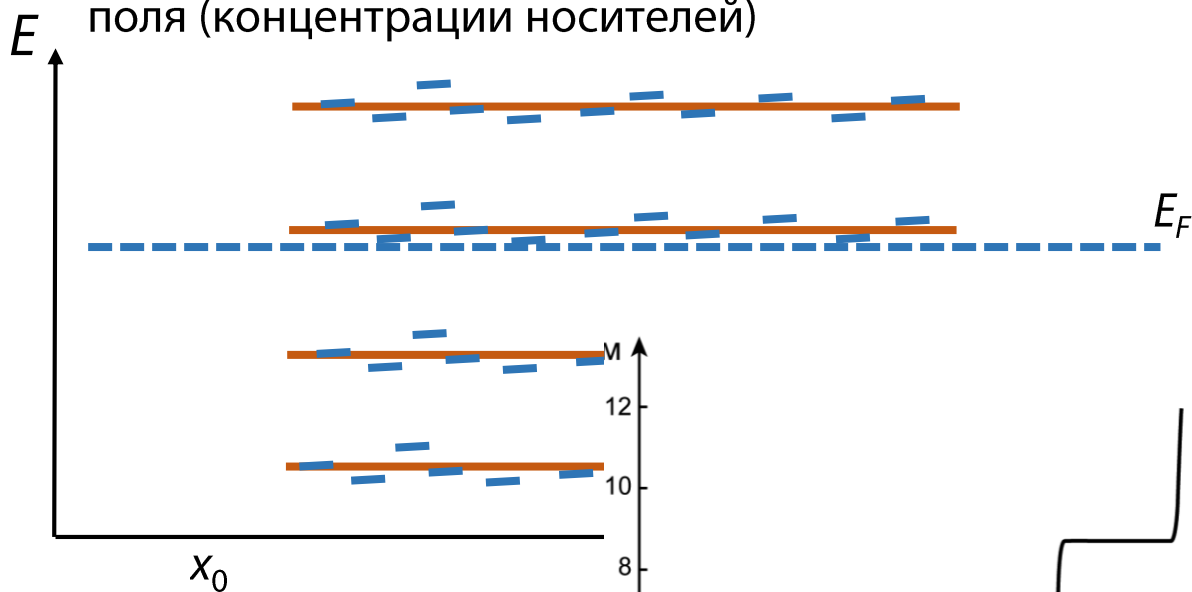
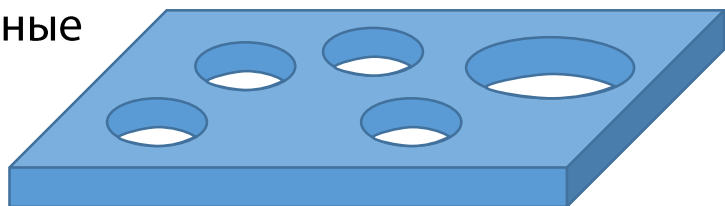
Роль делокализованных состояний

Локализованные состояния, как и отверстия в полупроводнике, никак не сказываются на величине холловского сопротивления, которое остаётся постоянным в широком промежутке величин магнитного поля (концентрации носителей)

Локализованные состояния

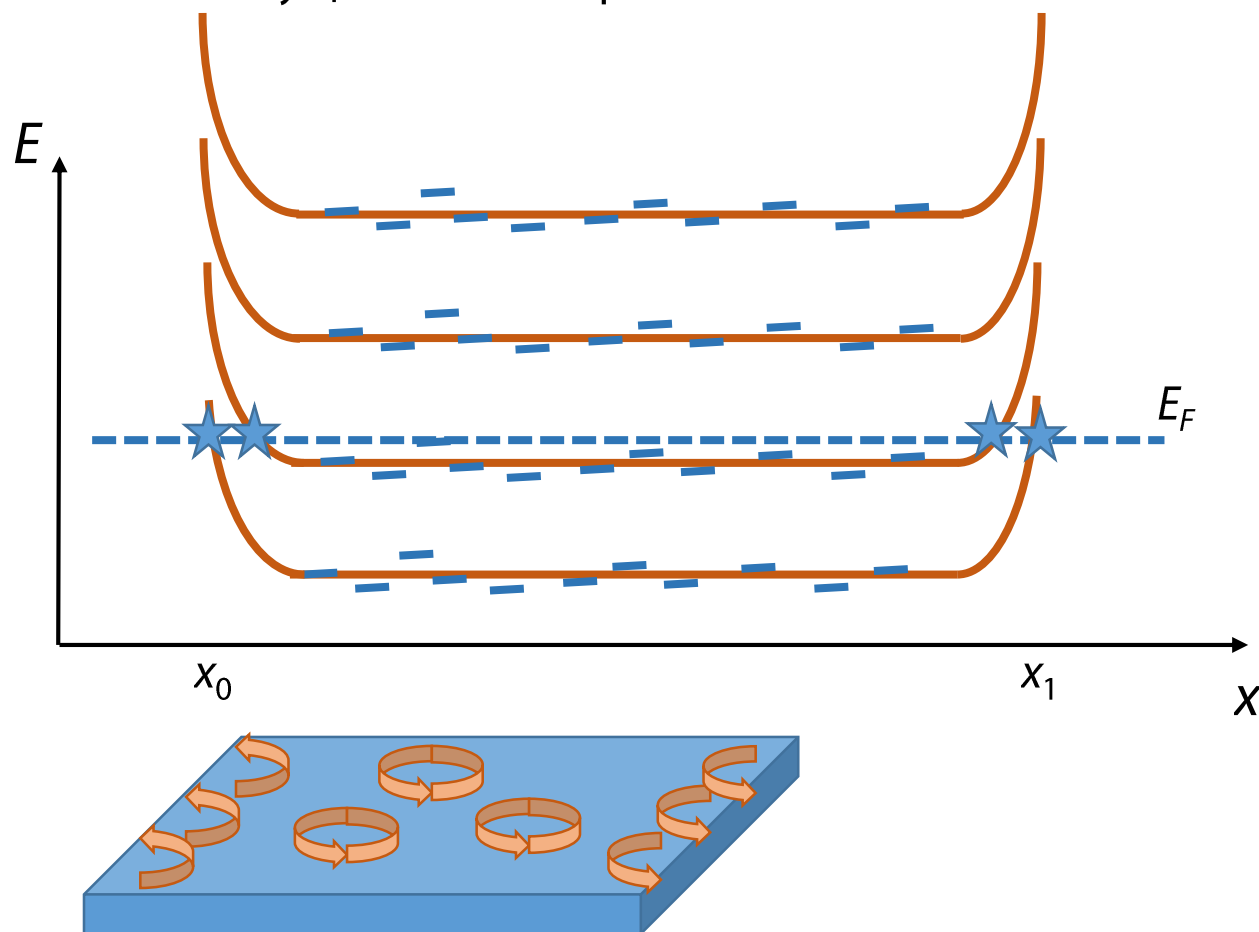
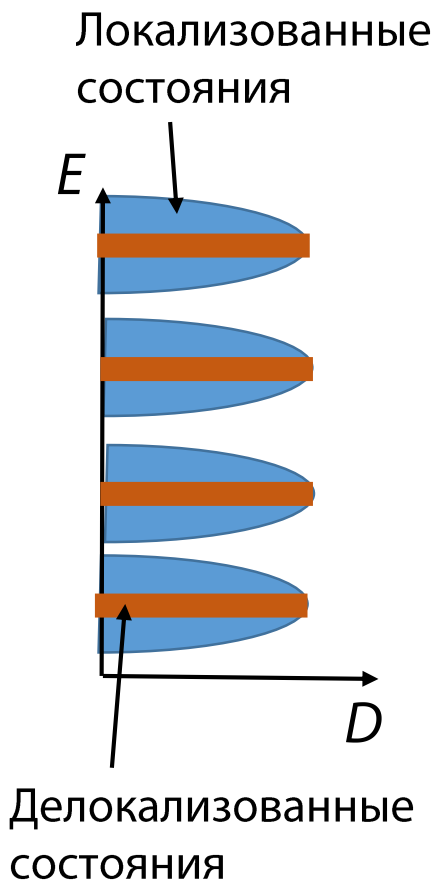


Делокализованные состояния



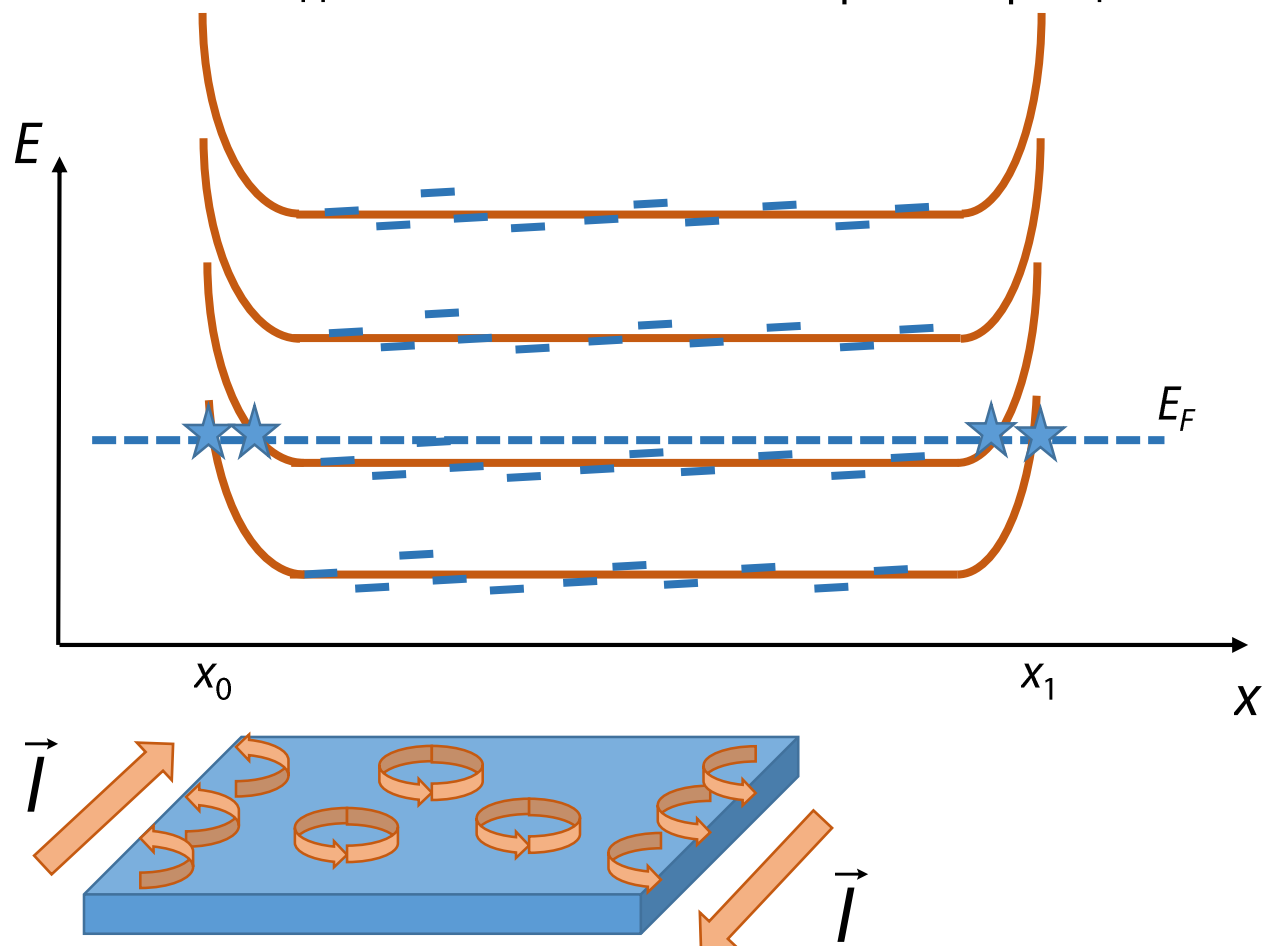
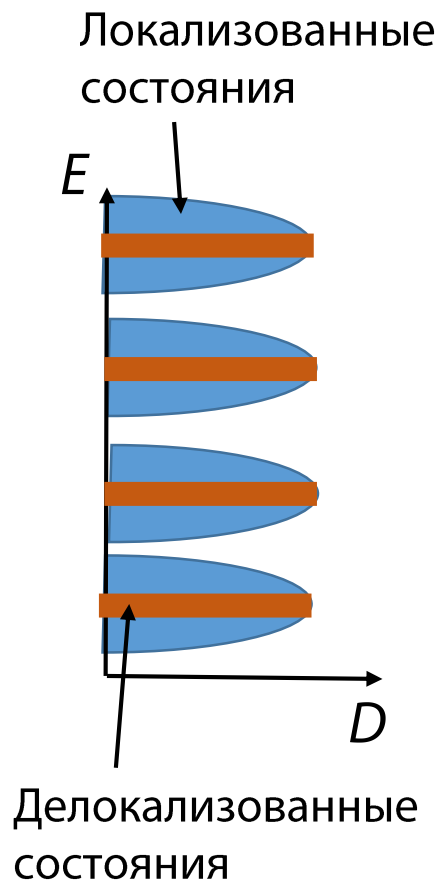
Роль делокализованных состояний

В случае когда уровень Ферми находится между уровнями Ландау транспорт осуществляется краевыми состояниями



Роль делокализованных состояний

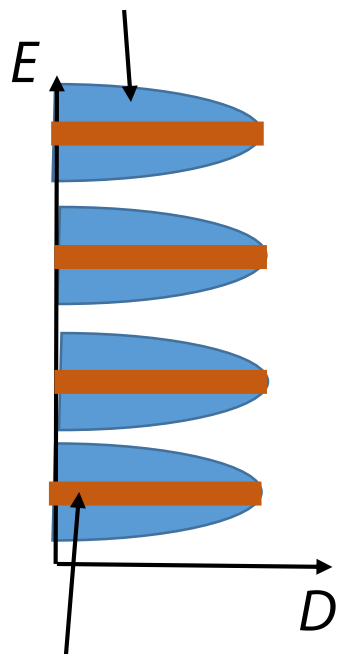
Рассеяние носителей заряда на границах образца и дефектах способствуют протеканию бездиссипативного тока по краям образца



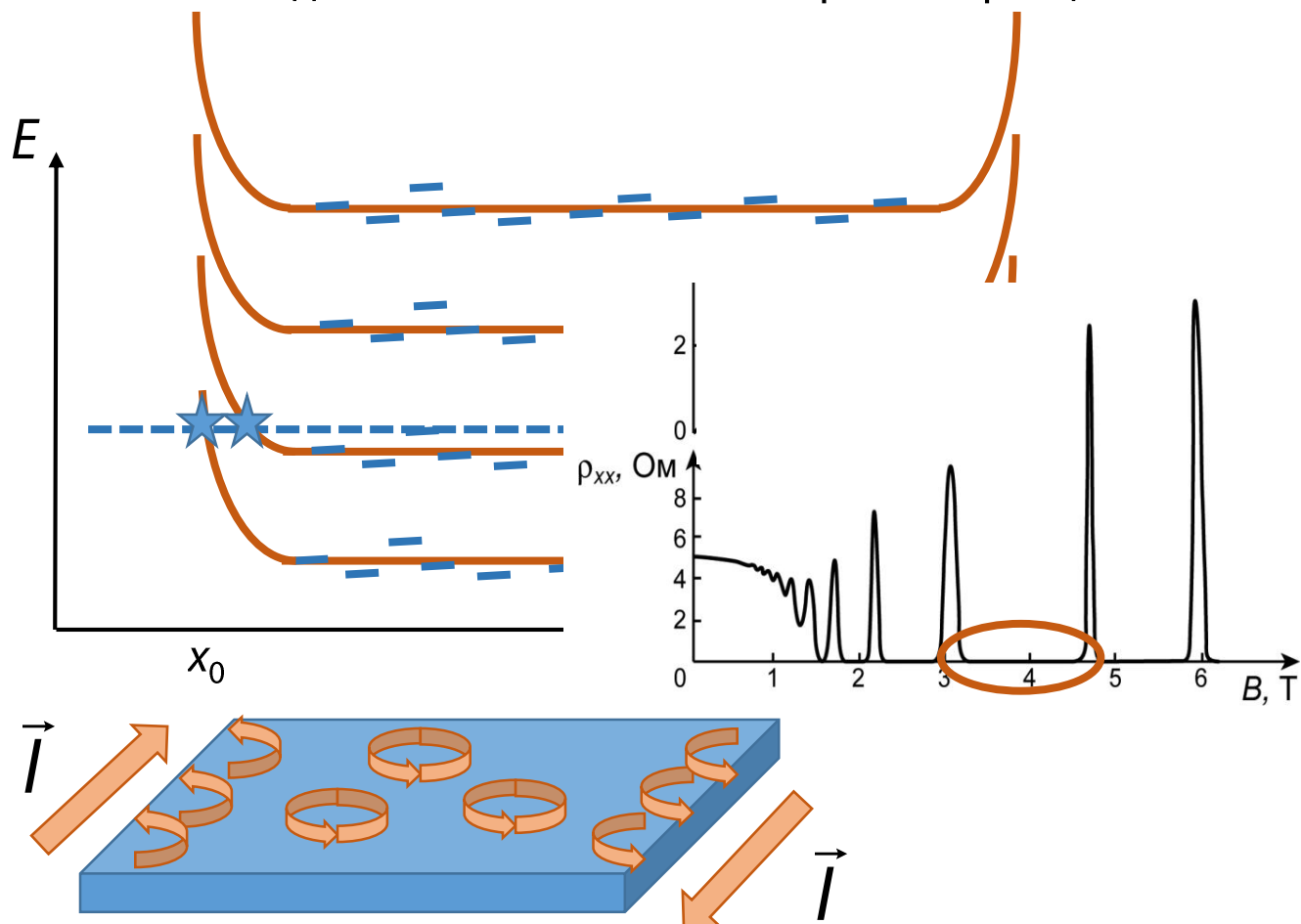
Роль делокализованных состояний

Рассеяние носителей заряда на границах образца и дефектах способствуют протеканию бездиссипативного тока по краям образца

Локализованные состояния

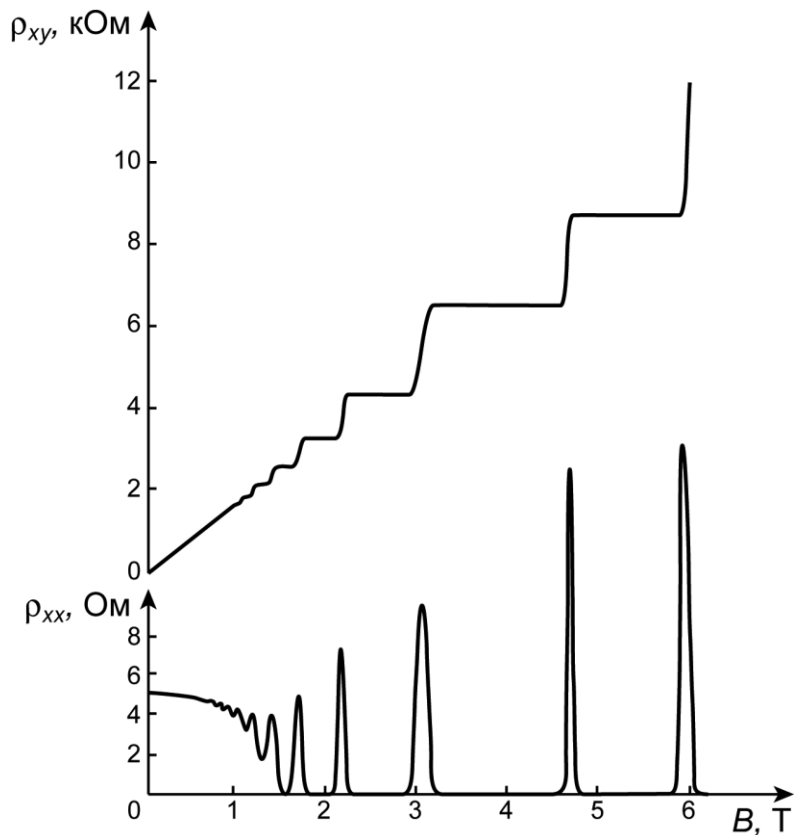


Делокализованные состояния



Нобелевская премия за квантовый эффект Холла

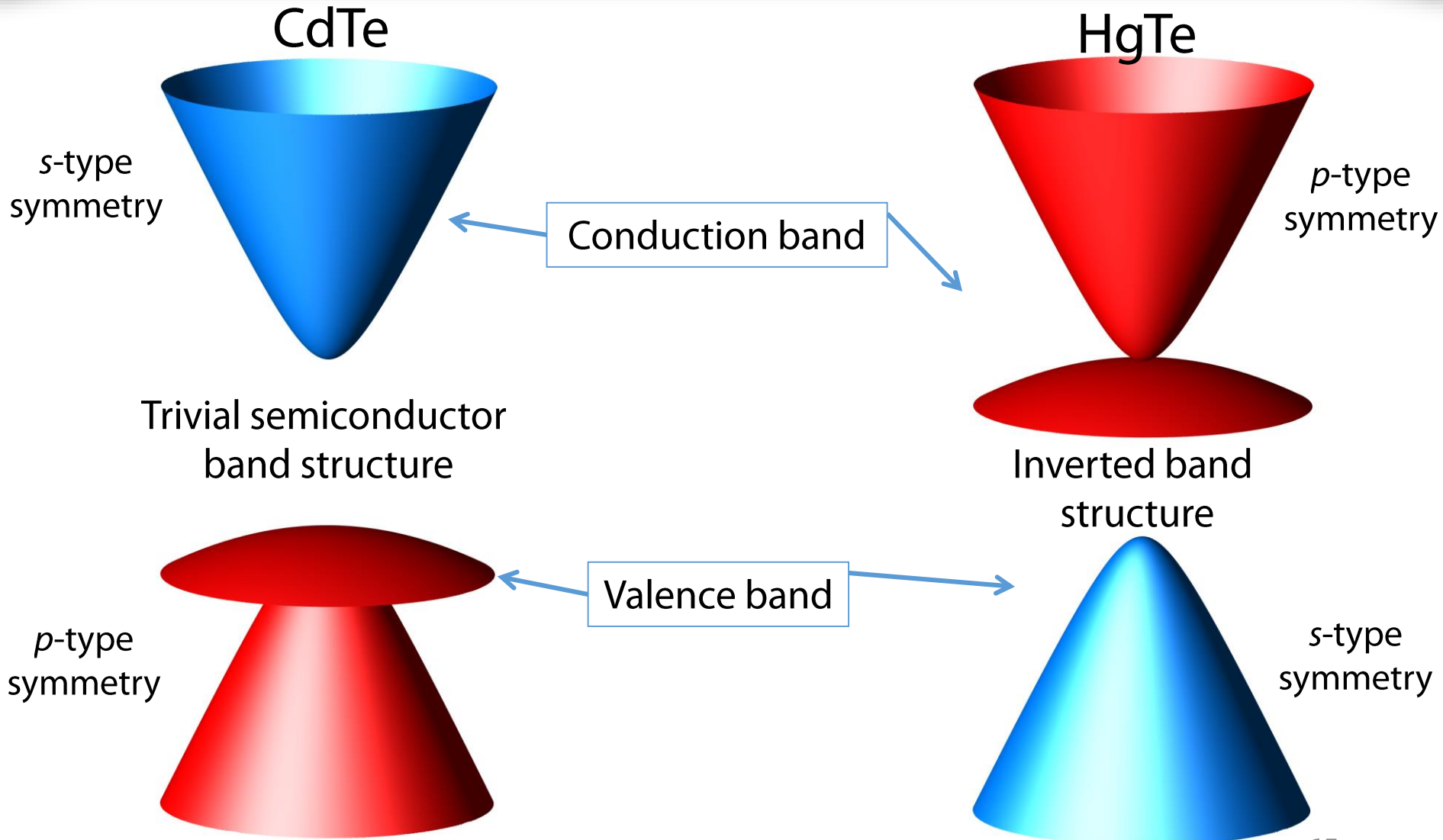
- 1980 обнаружен КЭХ
- 1985 Нобелевская премия



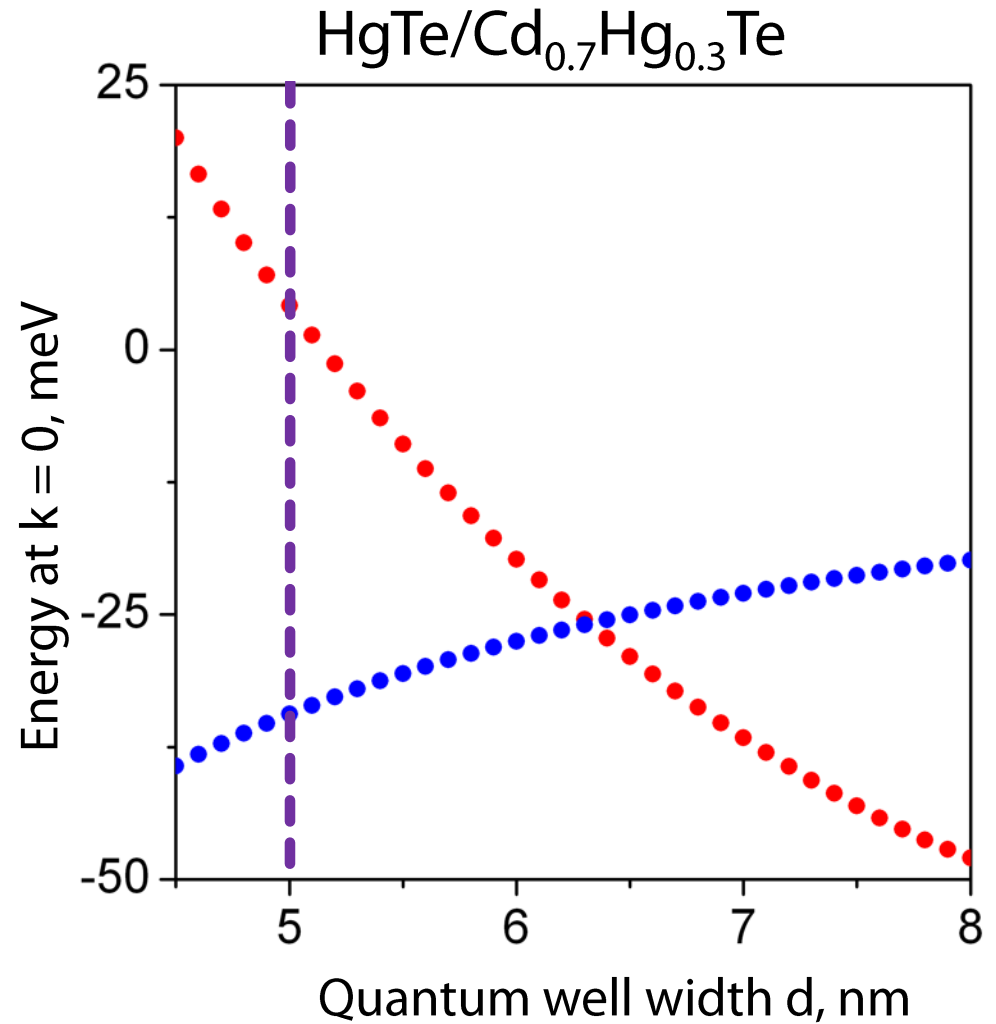
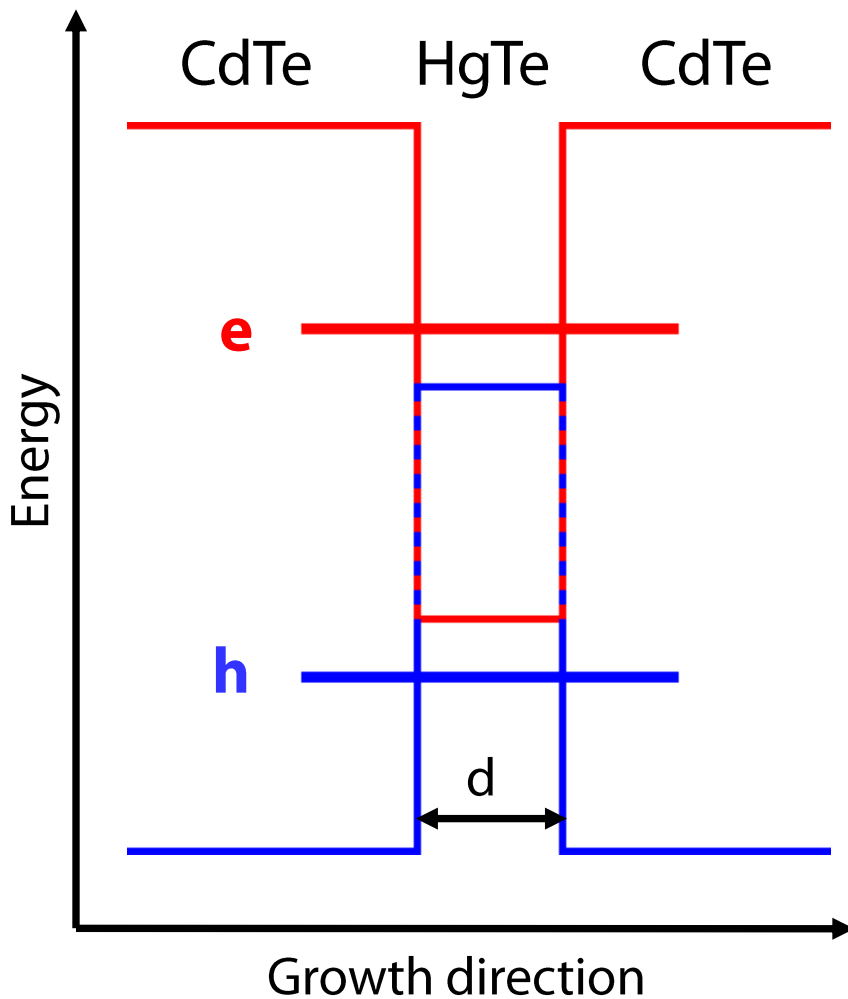
Клаус фон Клитцинг



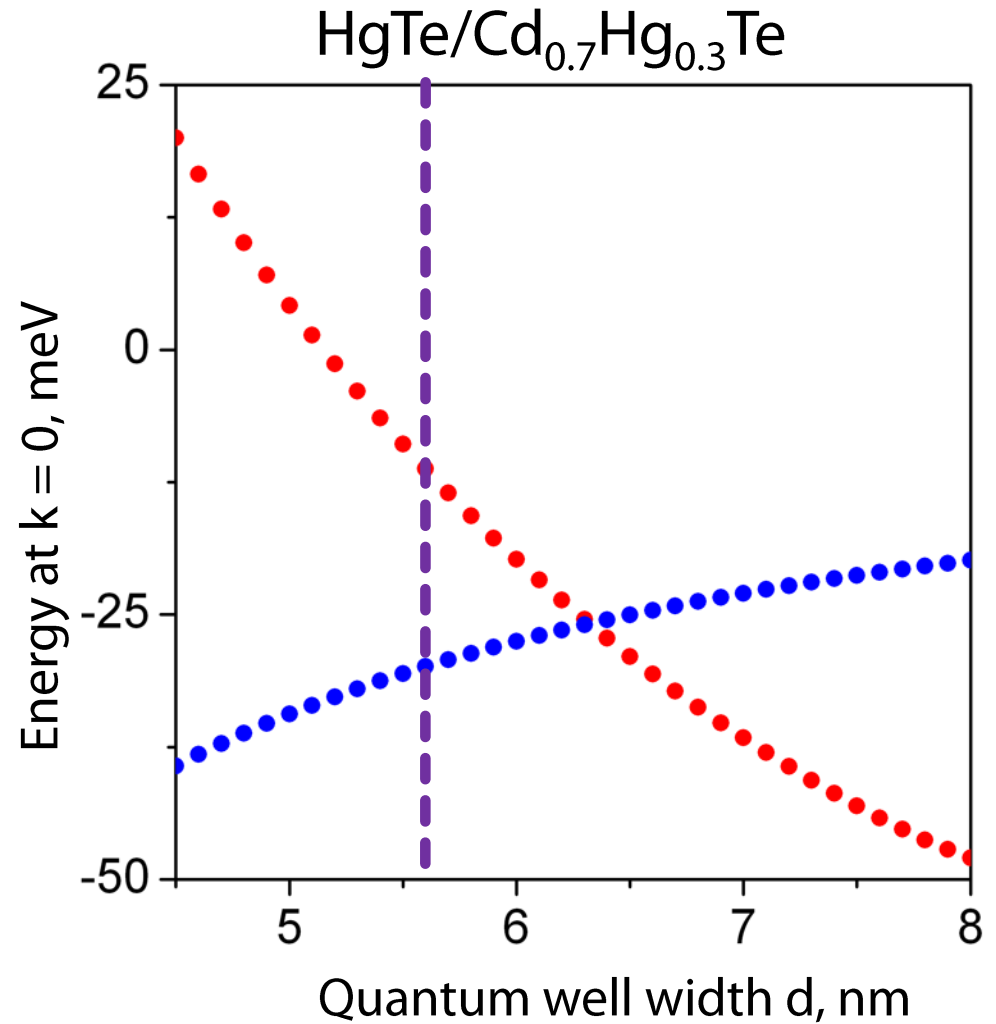
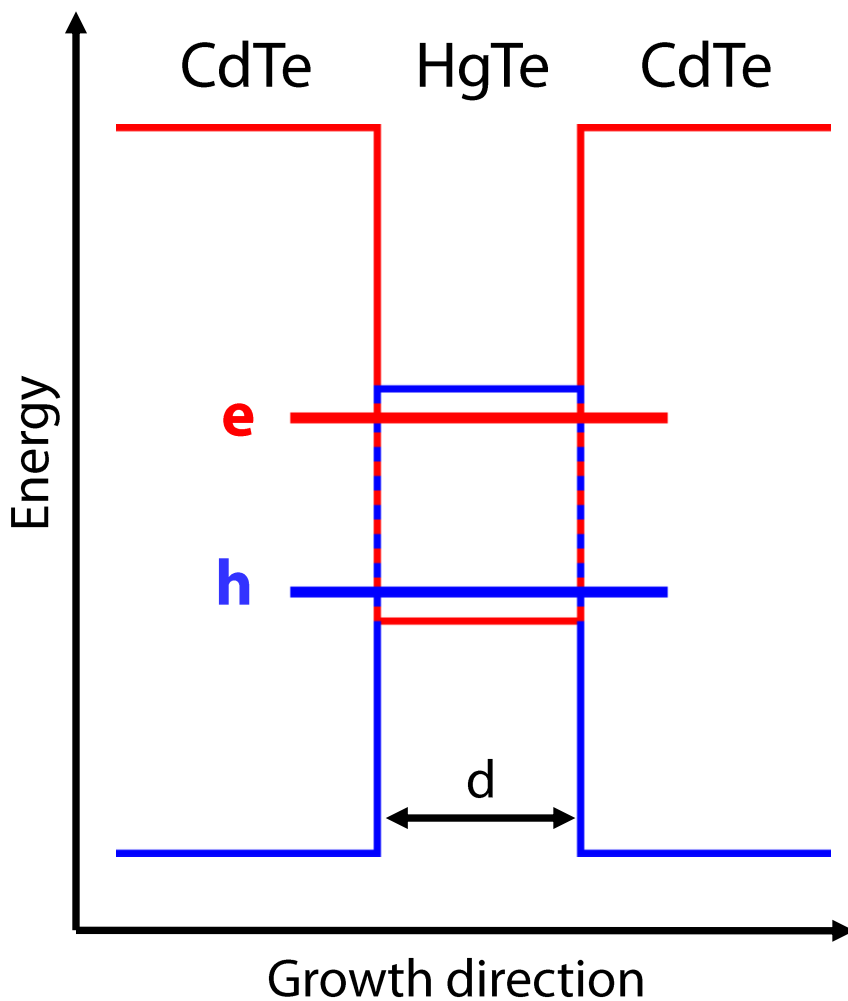
Зонная структура HgCdTe



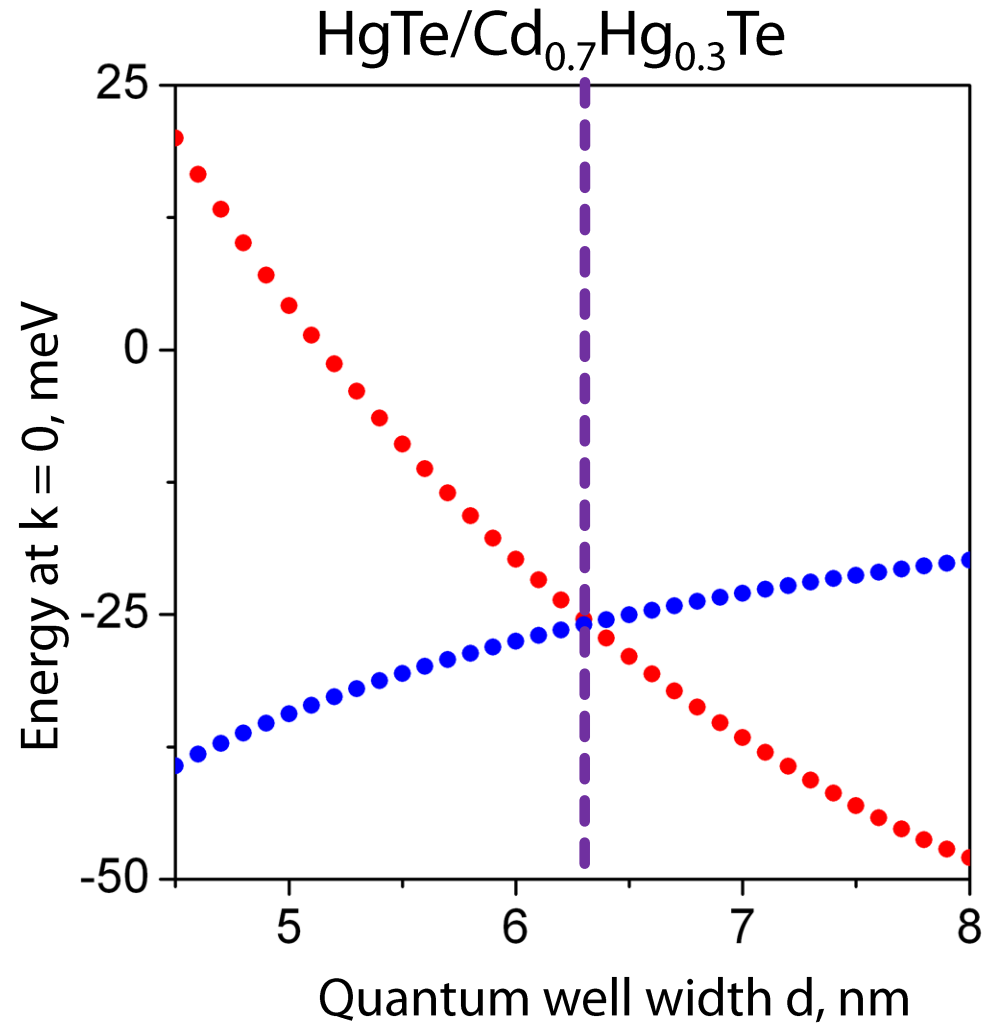
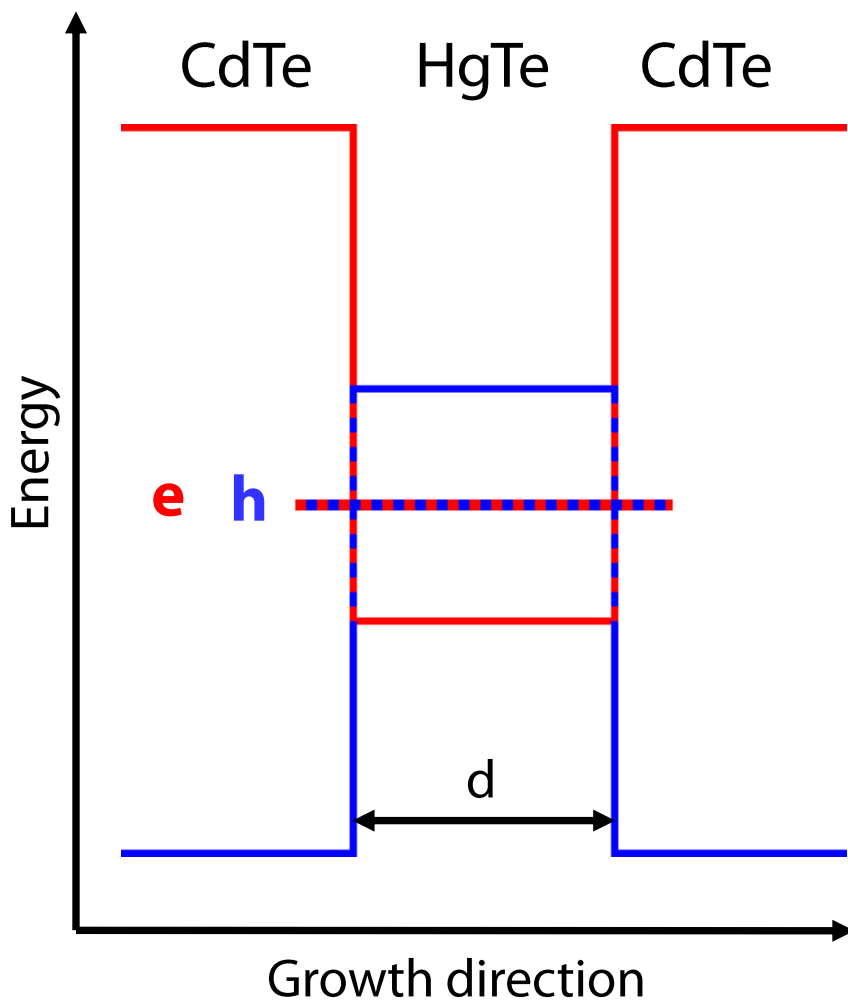
Зонная структура КЯ HgTe/CdHgTe



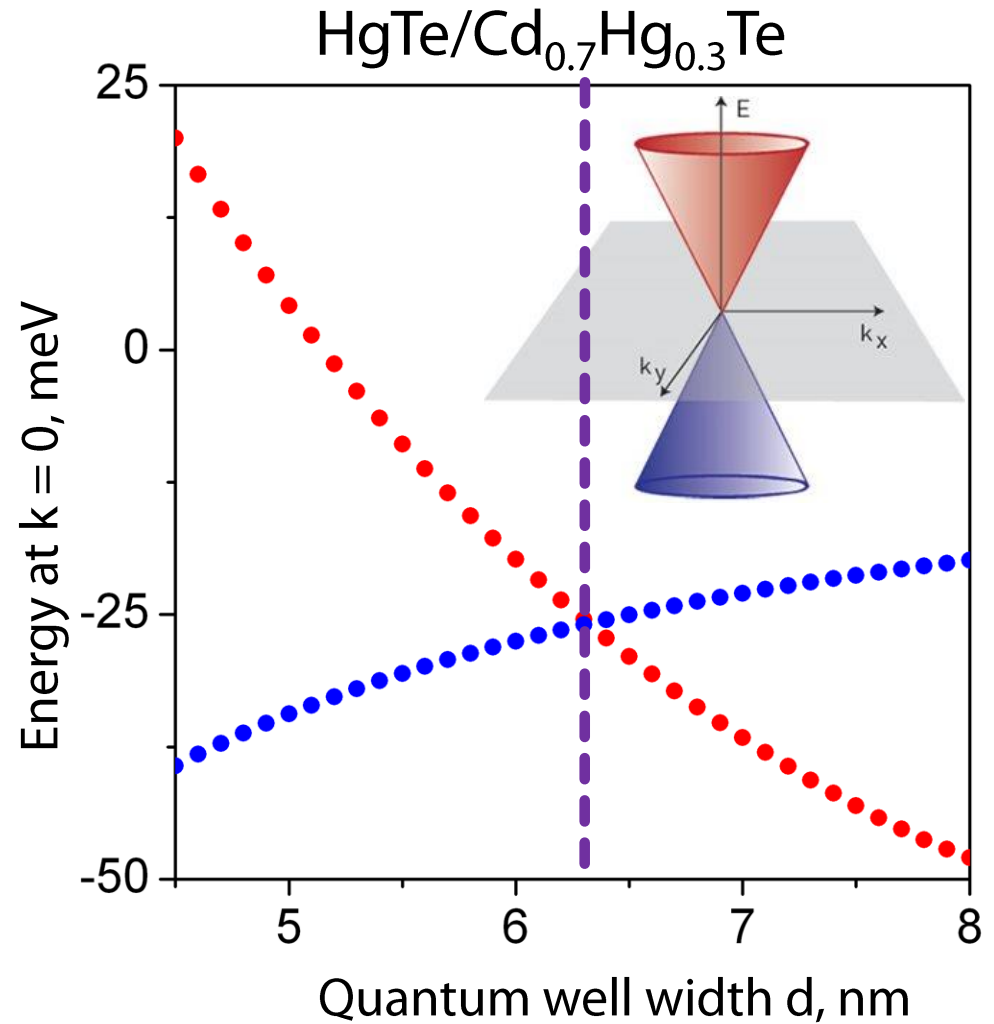
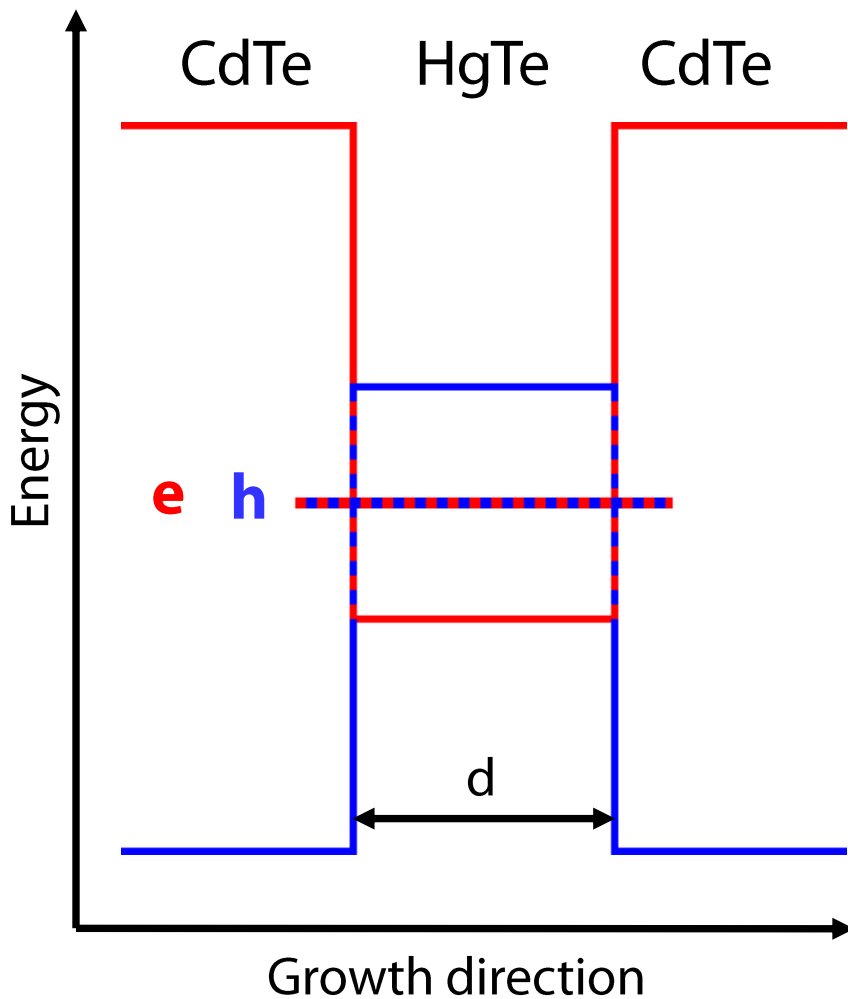
Зонная структура КЯ HgTe/CdHgTe



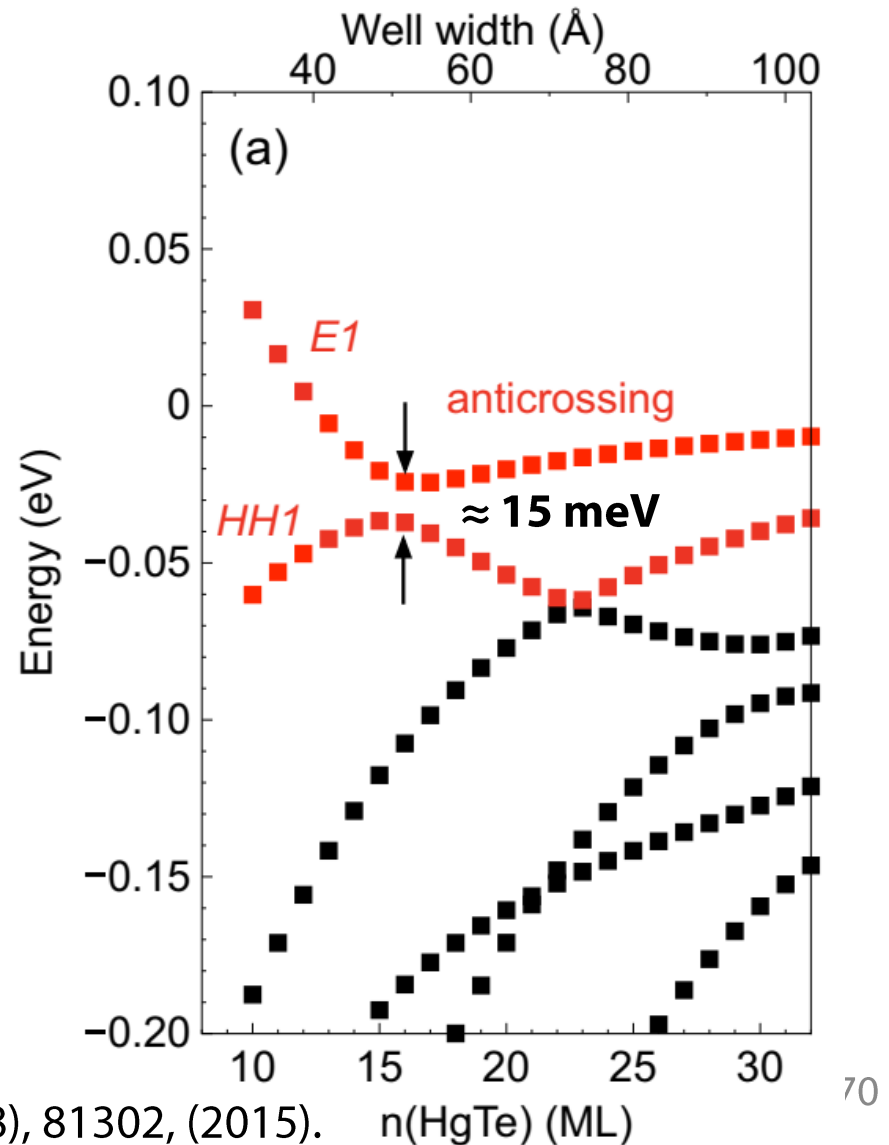
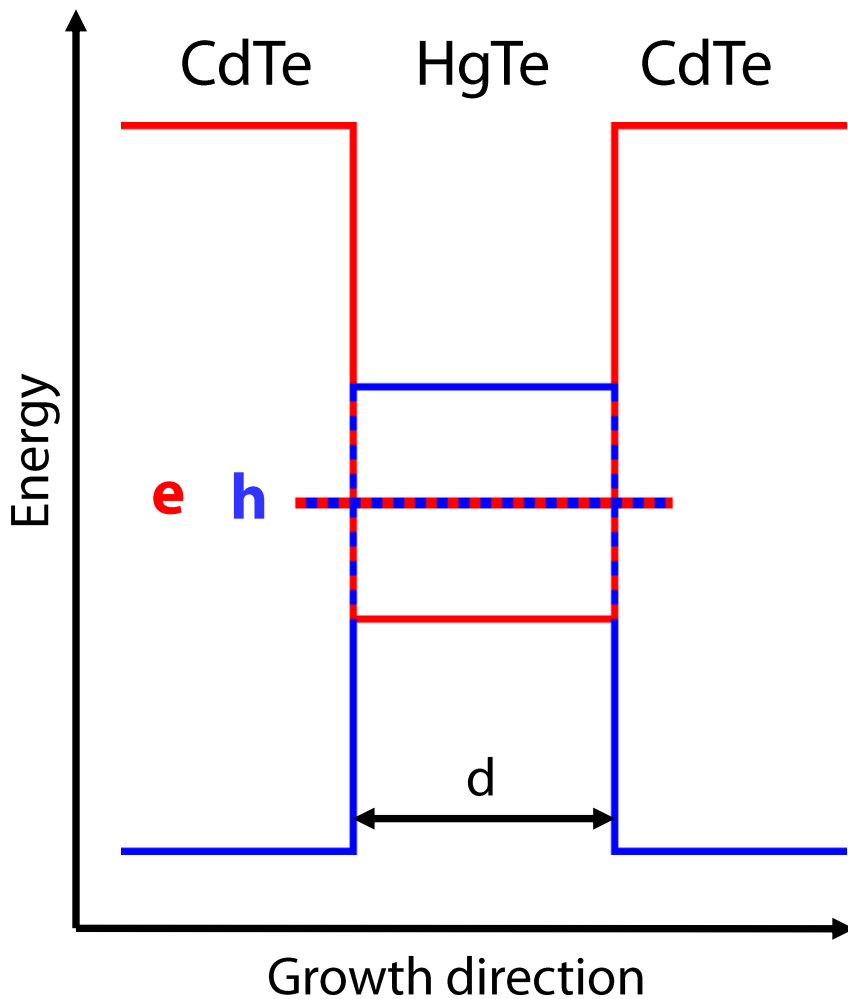
Зонная структура КЯ HgTe/CdHgTe



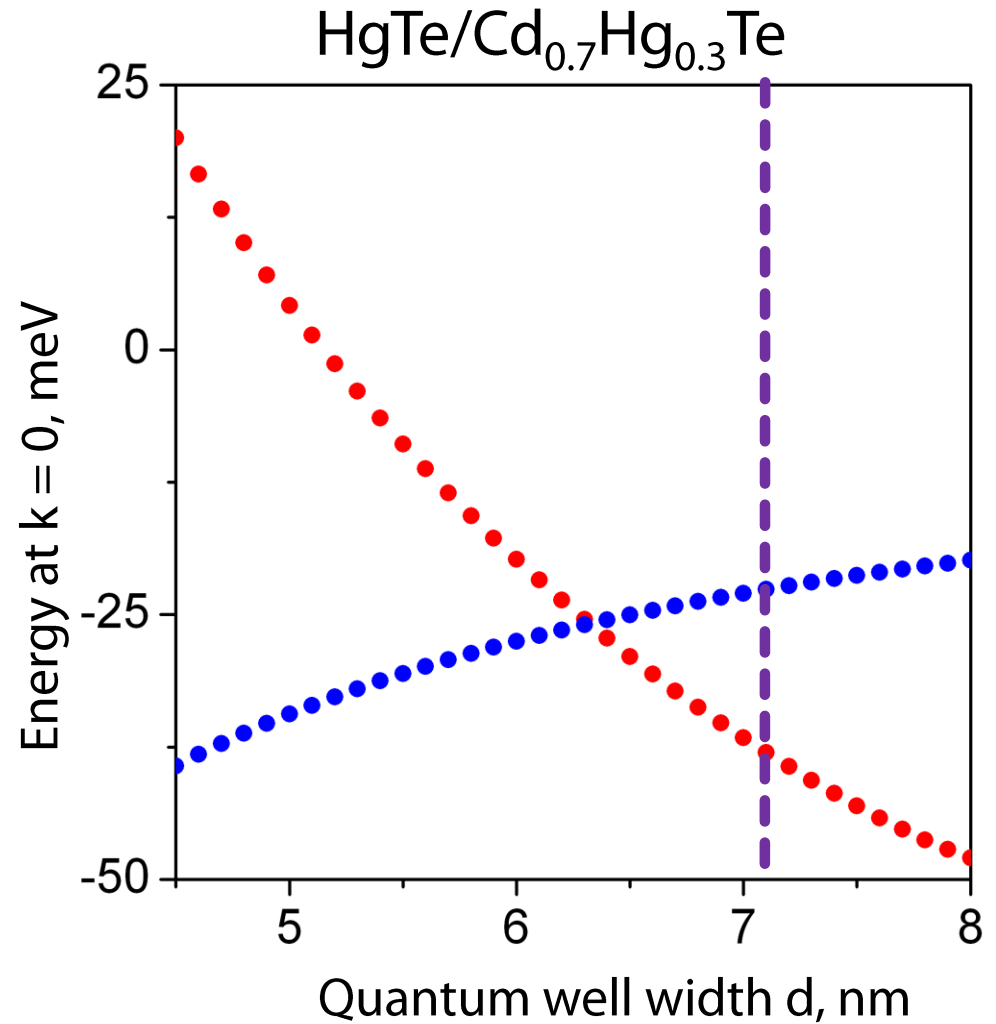
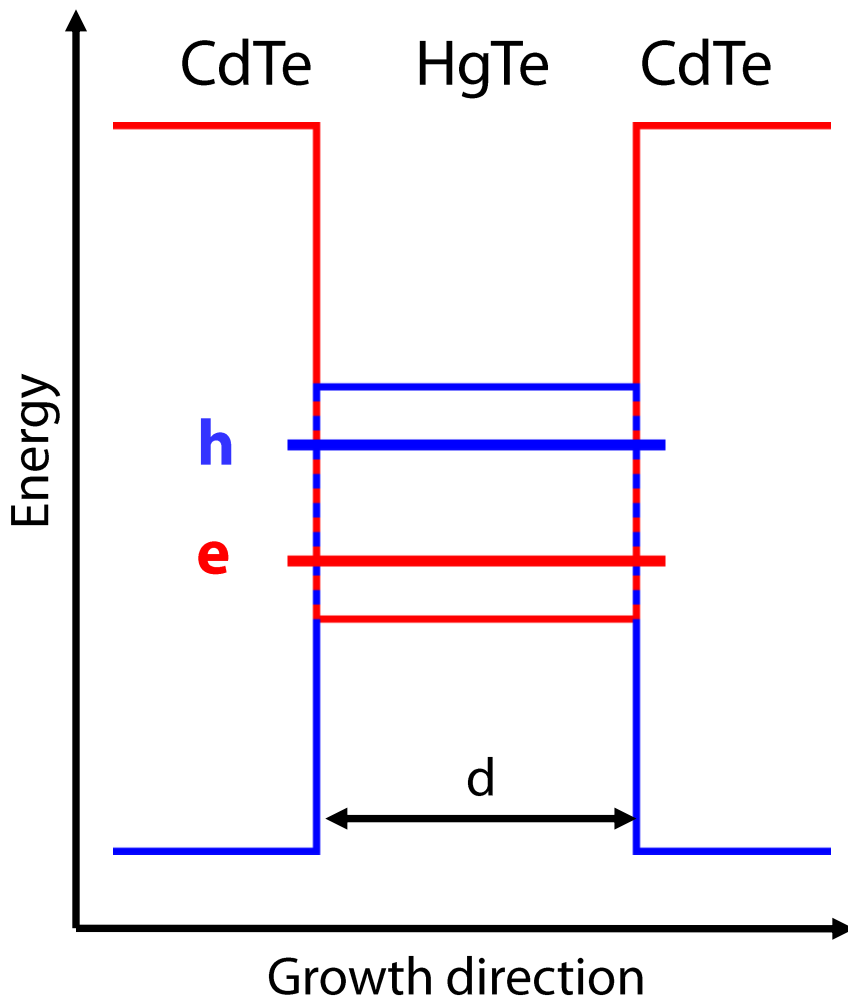
Зонная структура КЯ HgTe/CdHgTe



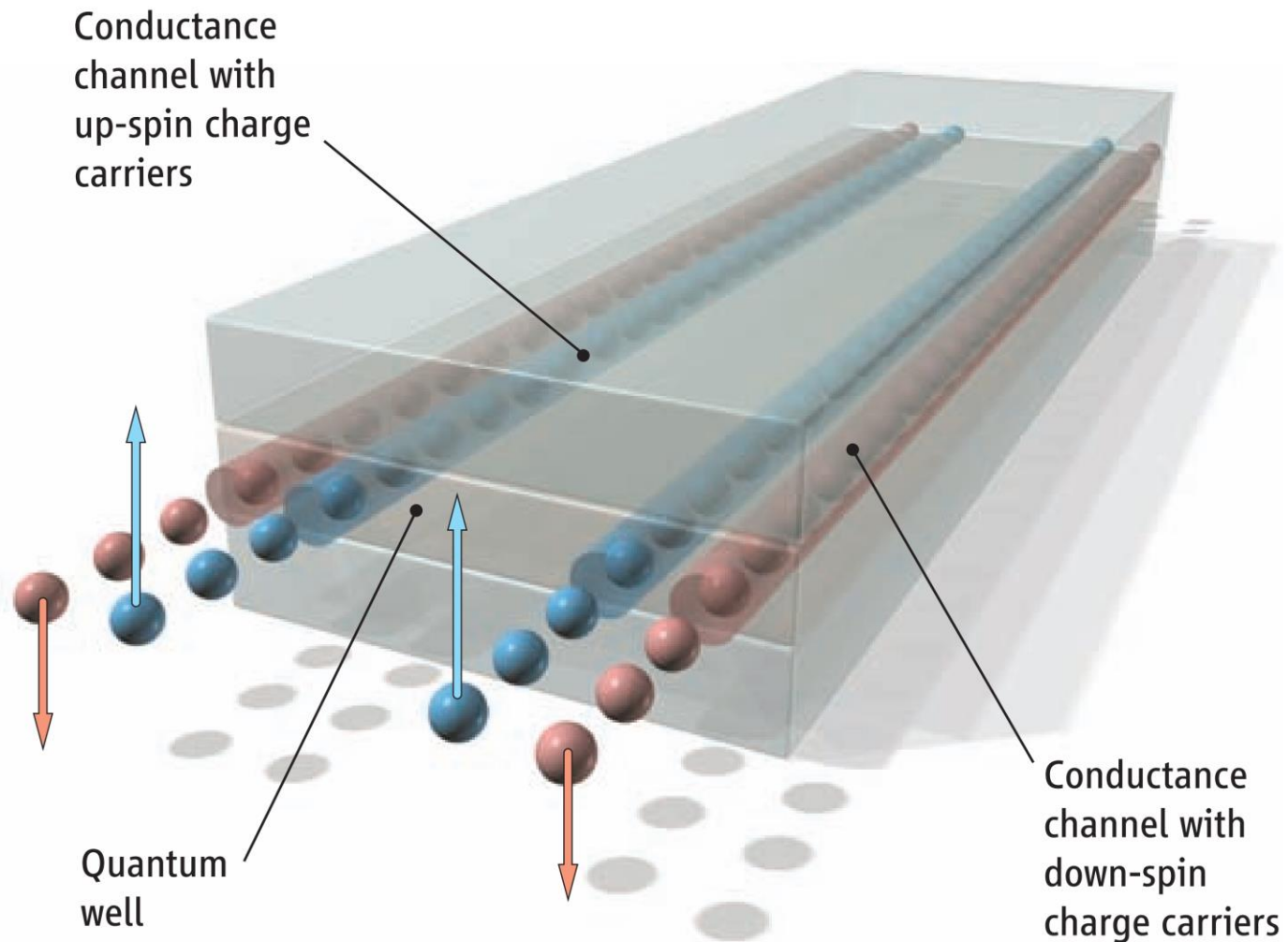
Зонная структура КЯ HgTe/CdHgTe



Зонная структура КЯ HgTe/CdHgTe

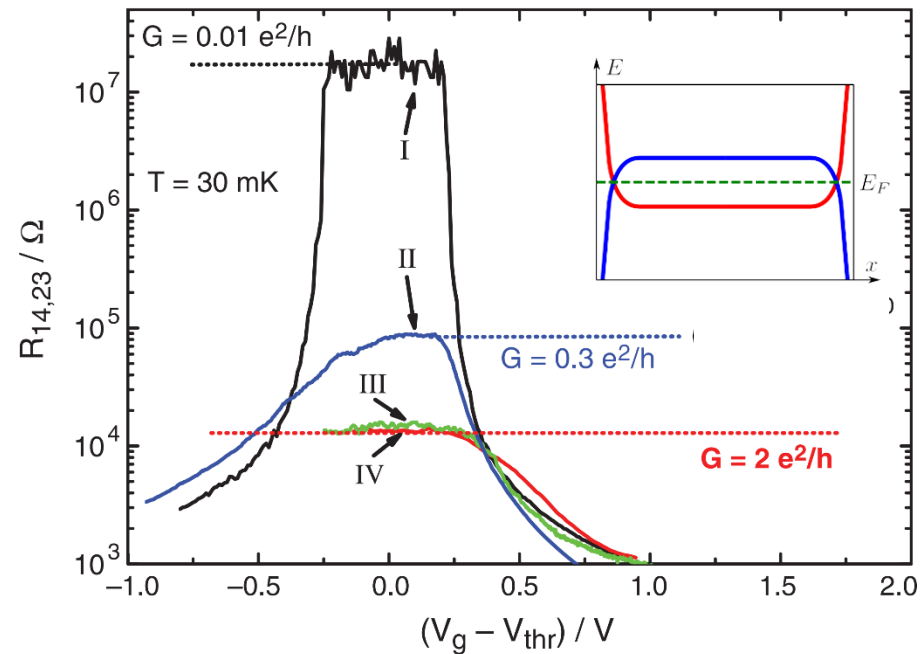
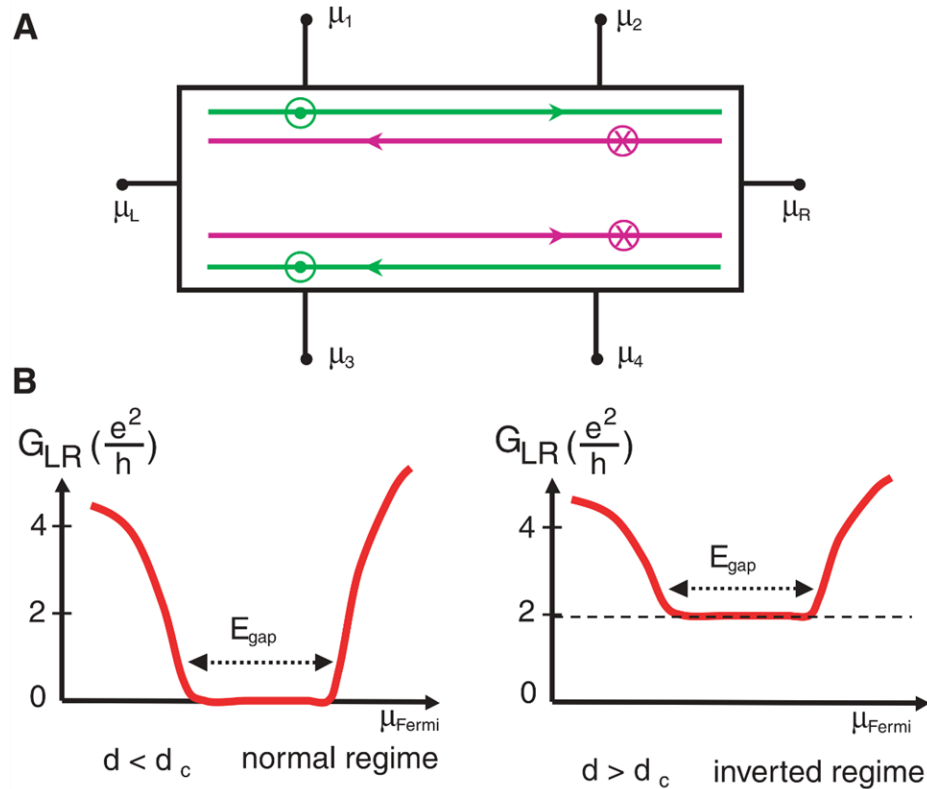


Квантовый спиновый эффект Холла в КЯ HgTe/CdHgTe



König M., et al. *Science*, **318** (5851), 766-770, (2007).

Квантовый спиновый эффект Холла в КЯ HgTe/CdHgTe

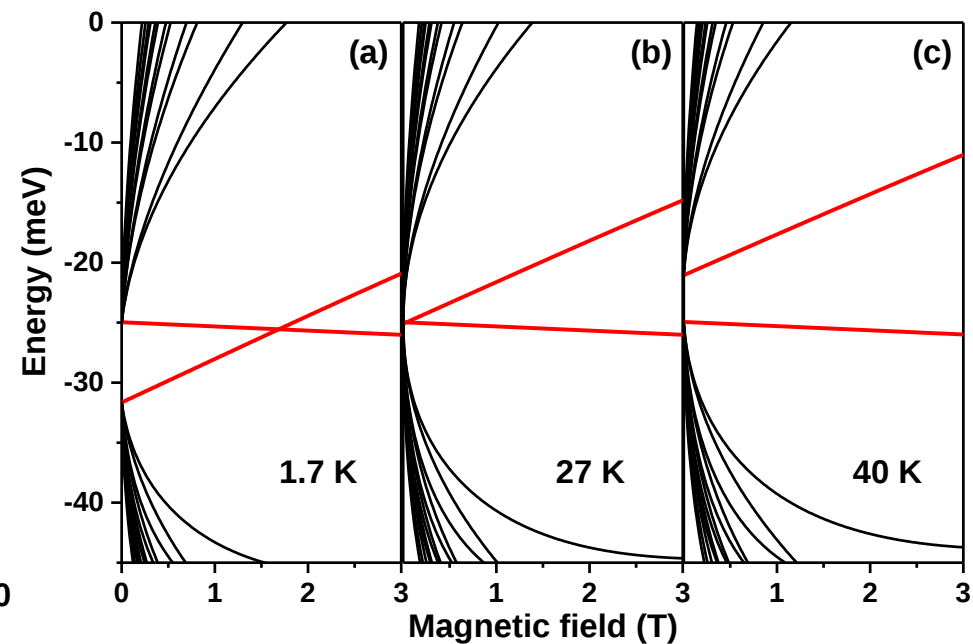
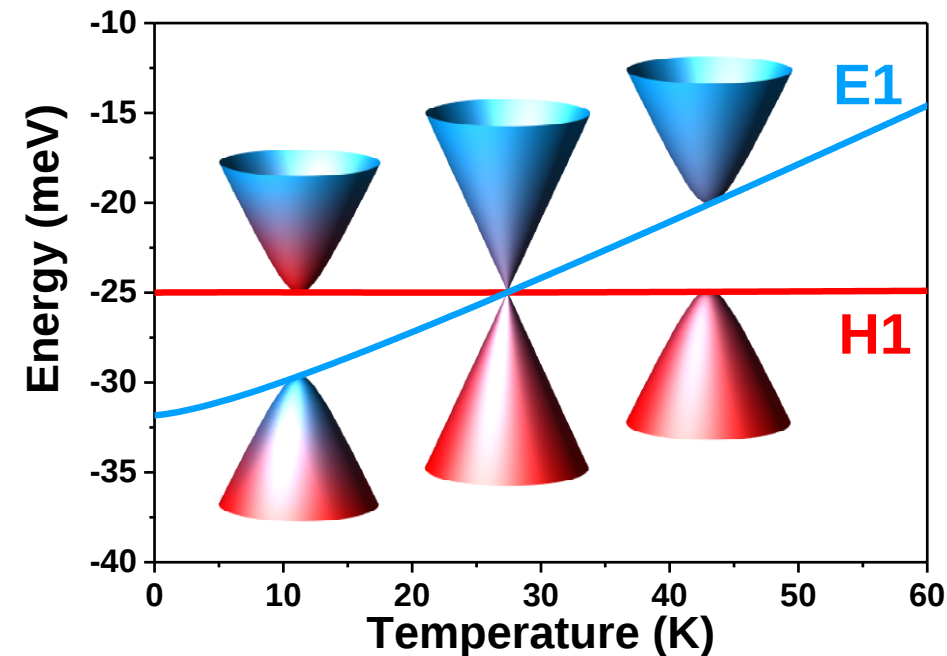


Bernevig, B. A., Hughes, T. L. and Zhang,
(2006), *Science*, **314**(5806), p. 1757

Konig, M., et. al., *Science*, **318**(5851), 766. 2007

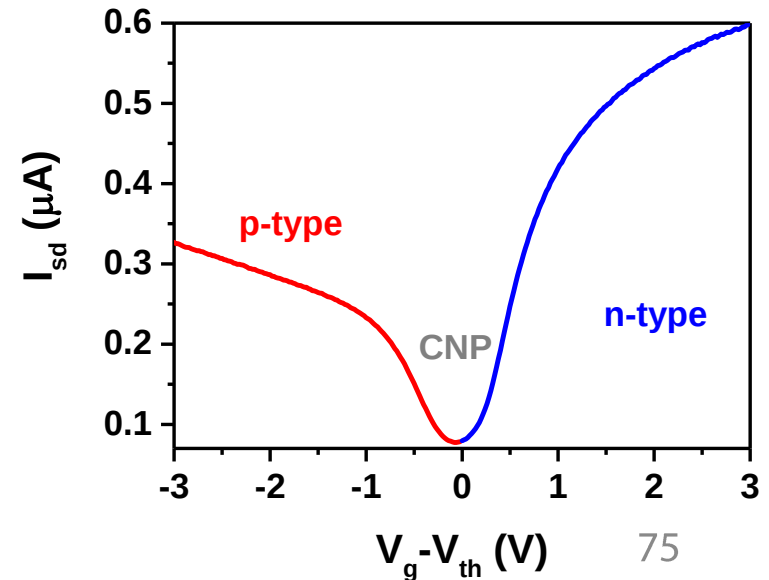
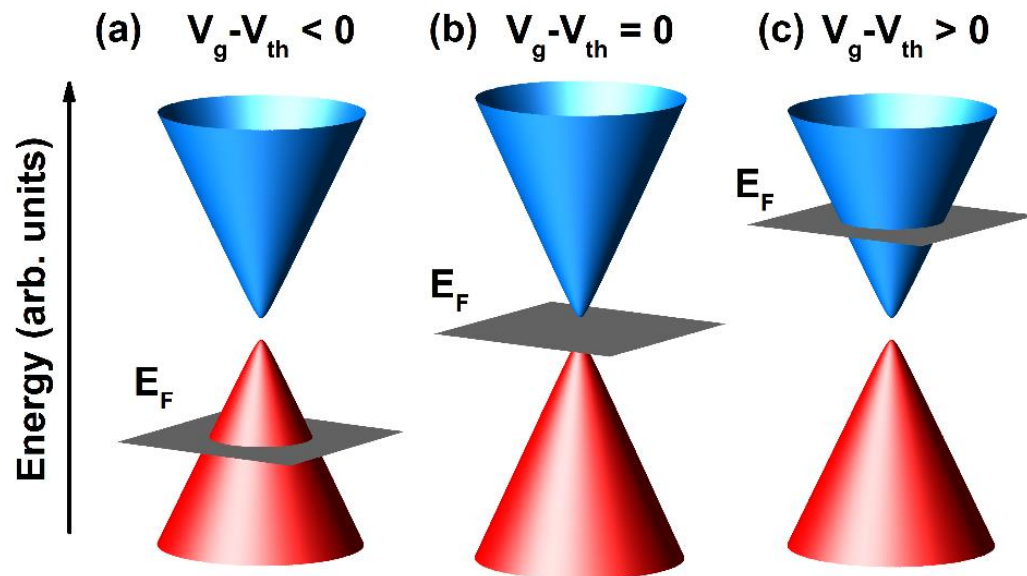
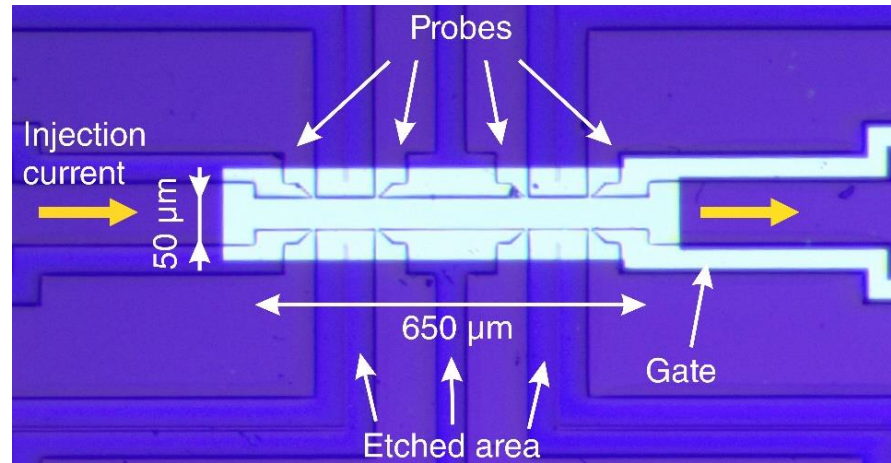
Топологический фазовый переход под действием температуры

В квантовых ямах HgTe/CdHgTe топологический фазовый переход может быть осуществлён изменением ширины КЯ, давления или температуры

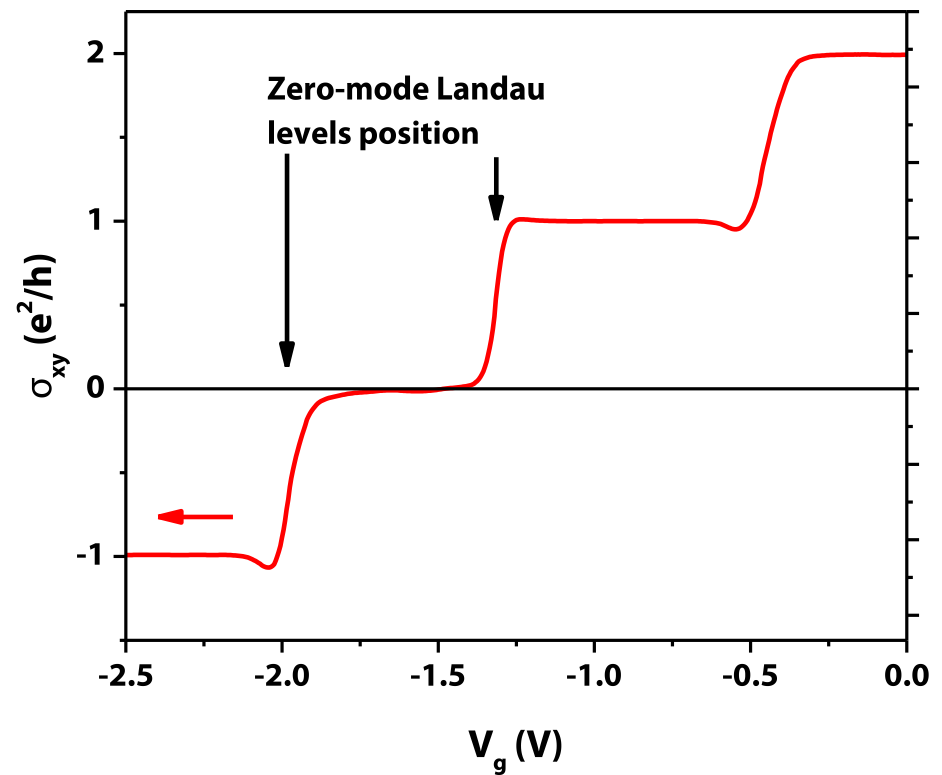
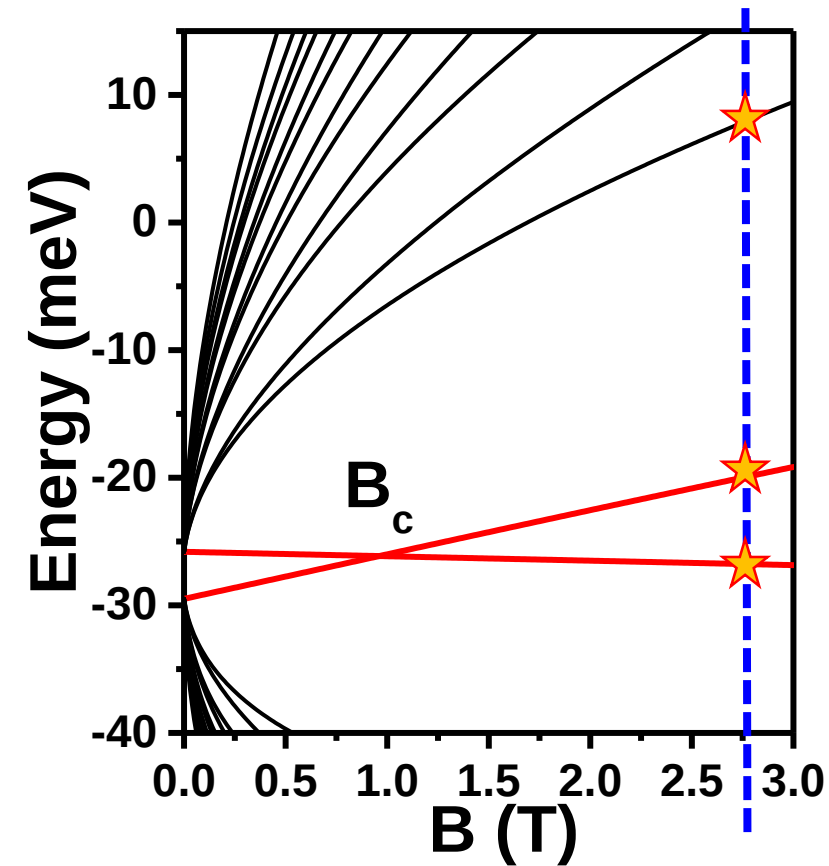


Холловский мостик с затвором на основе КЯ HgTe/CdHgTe

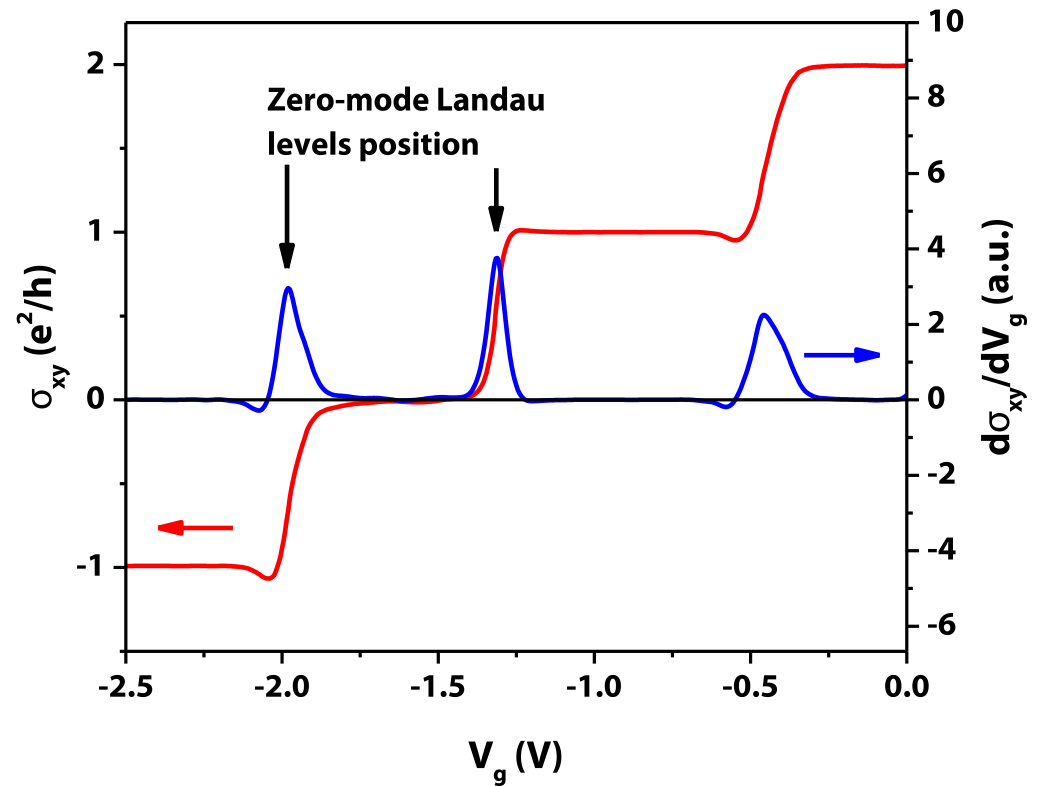
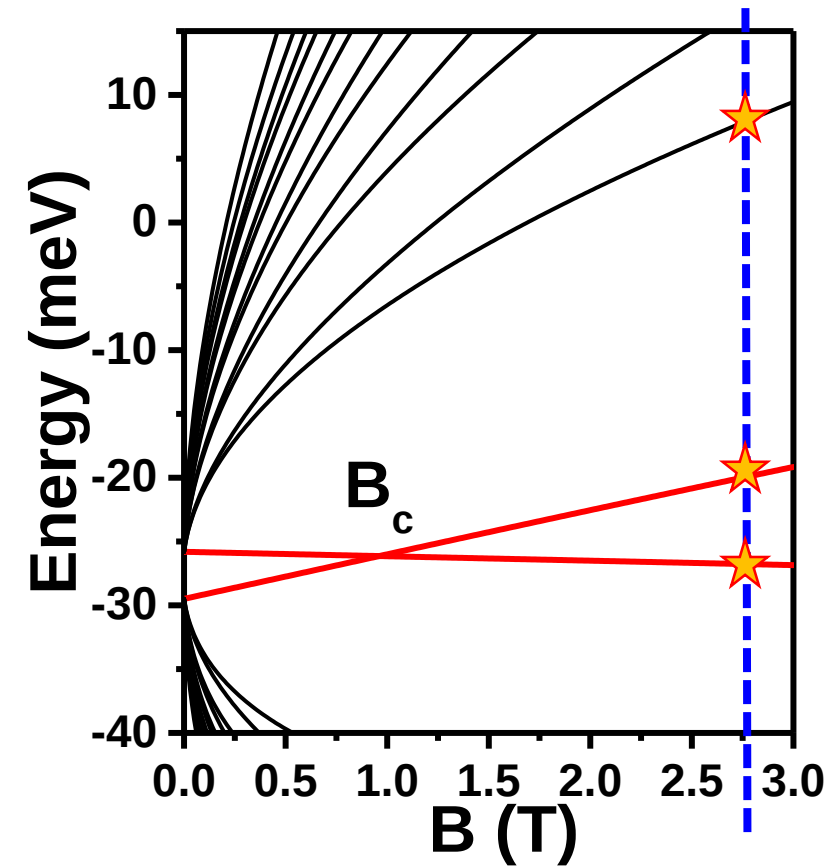
$$d_{\text{QW}} = 6.6 \text{ nm} \\ > d_c \approx 6.3 \text{ nm}$$



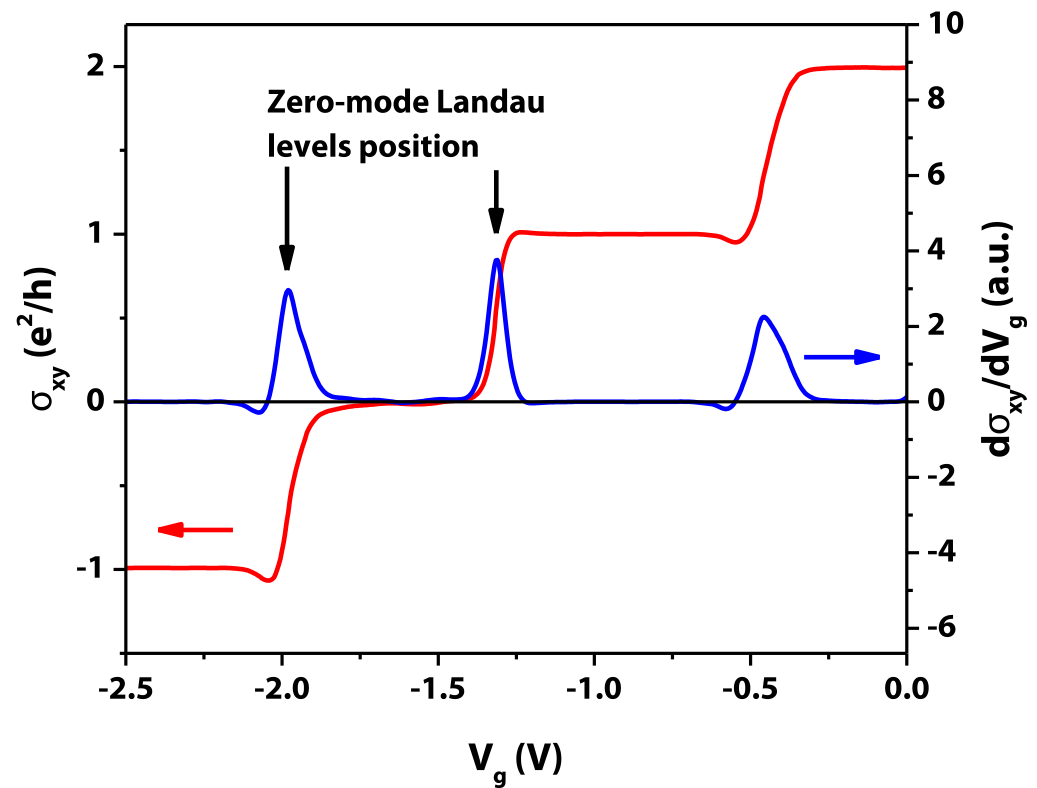
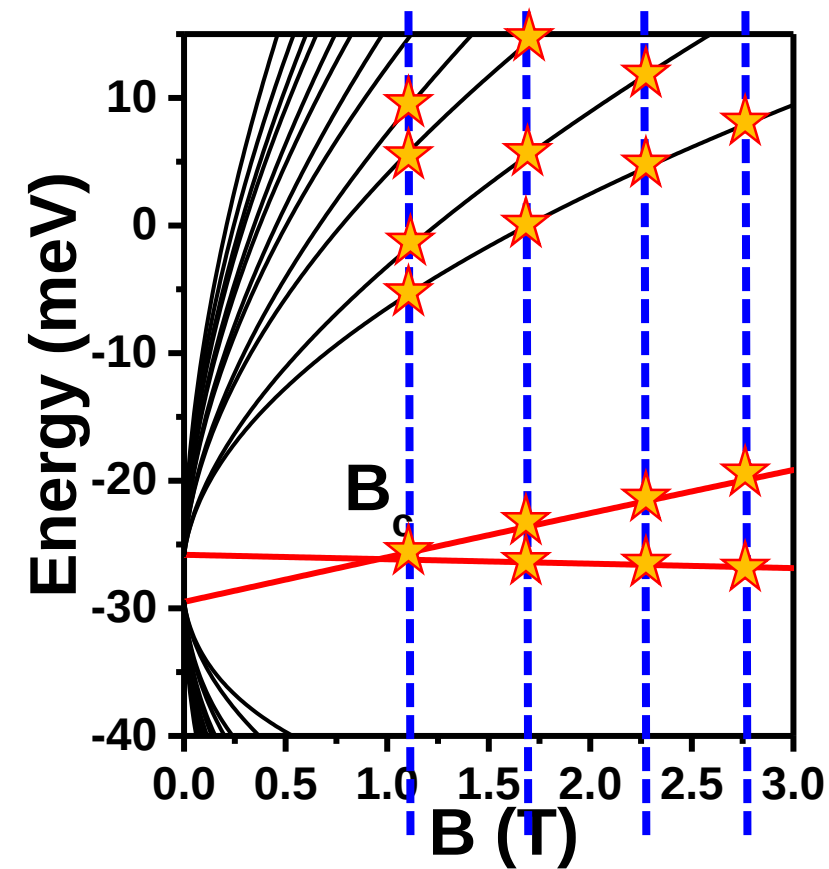
Визуализация уровней Ландау магнитотранспортным методом



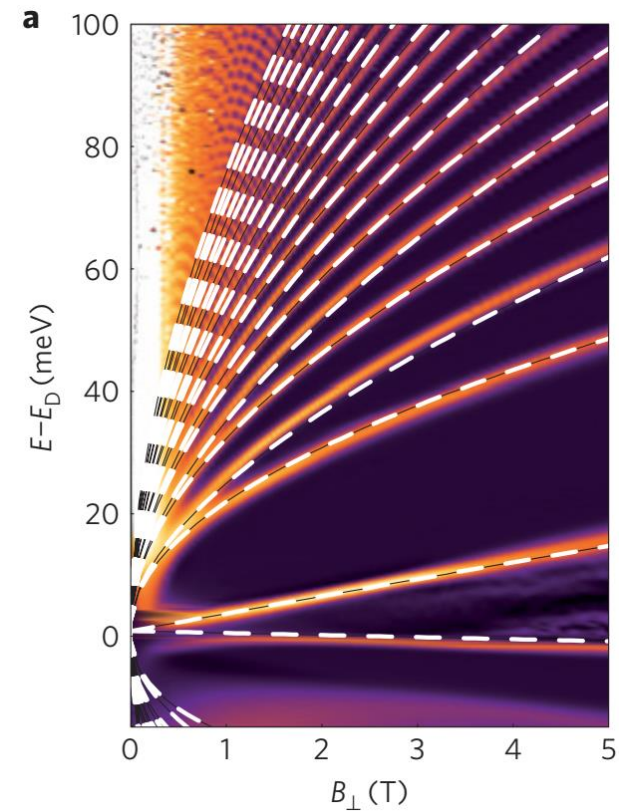
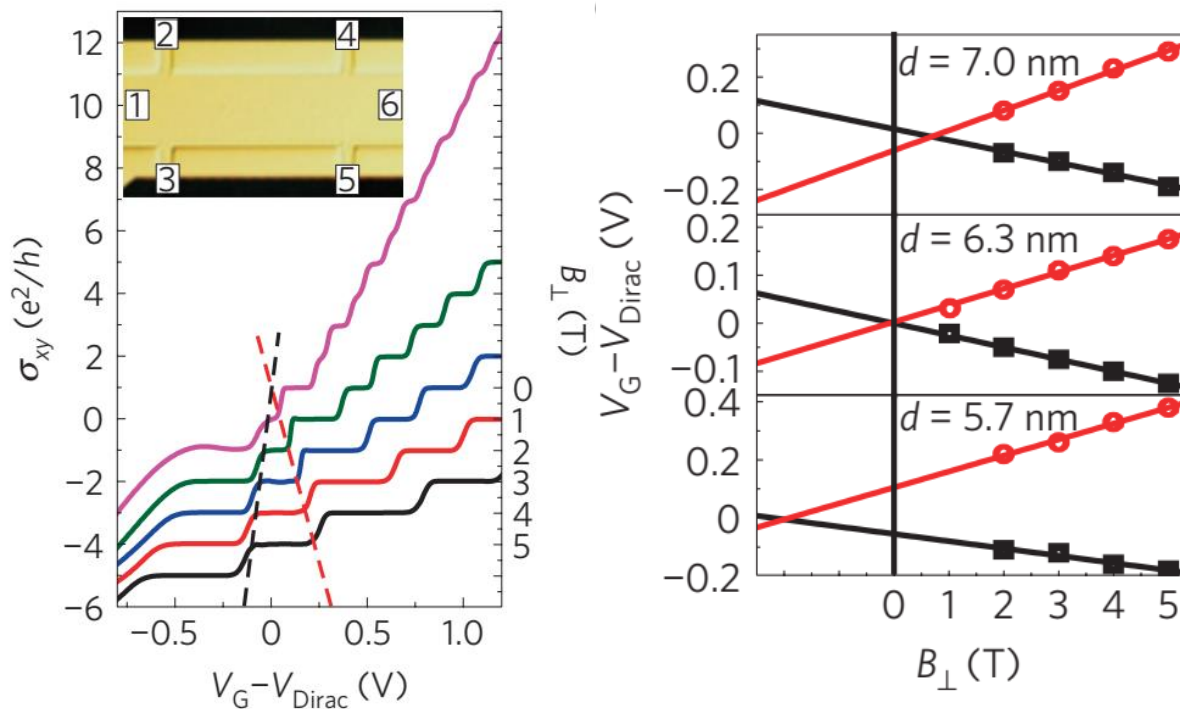
Визуализация уровней Ландау магнитотранспортным методом



Визуализация уровней Ландау магнитотранспортным методом

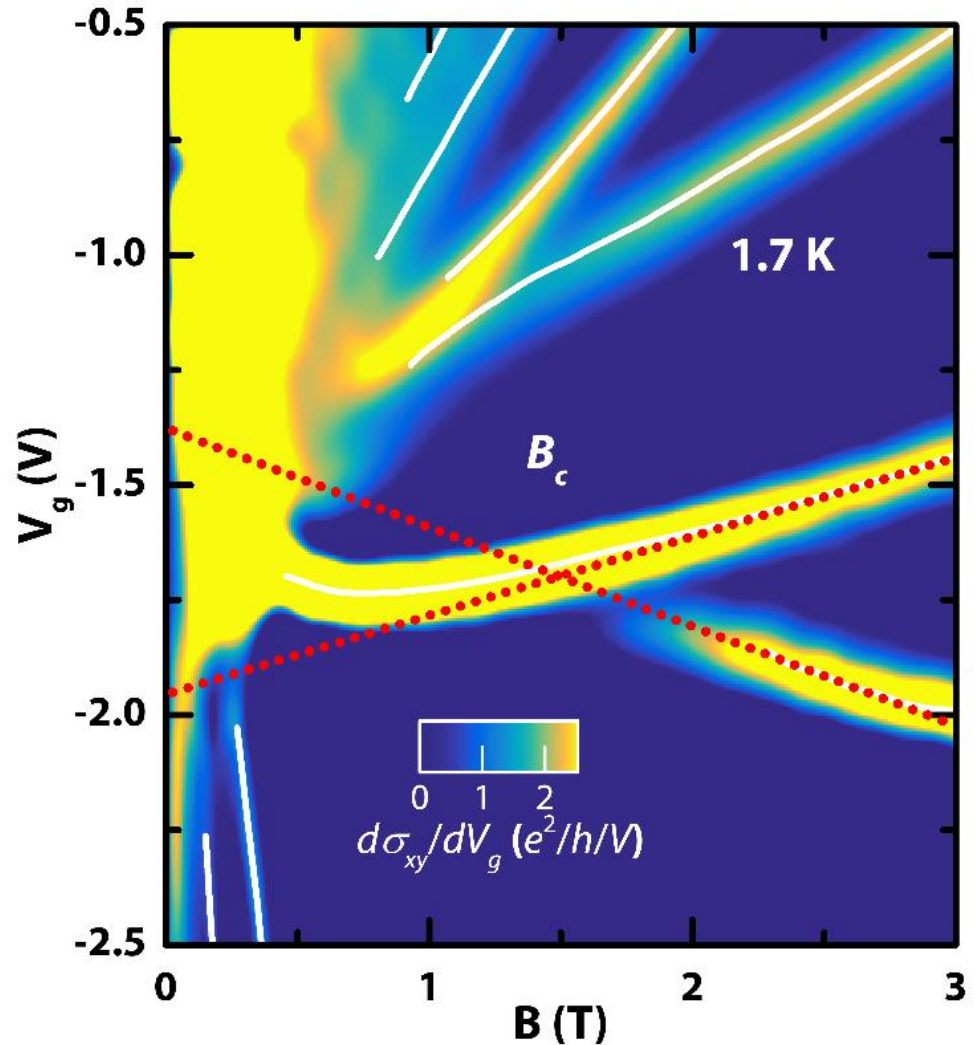
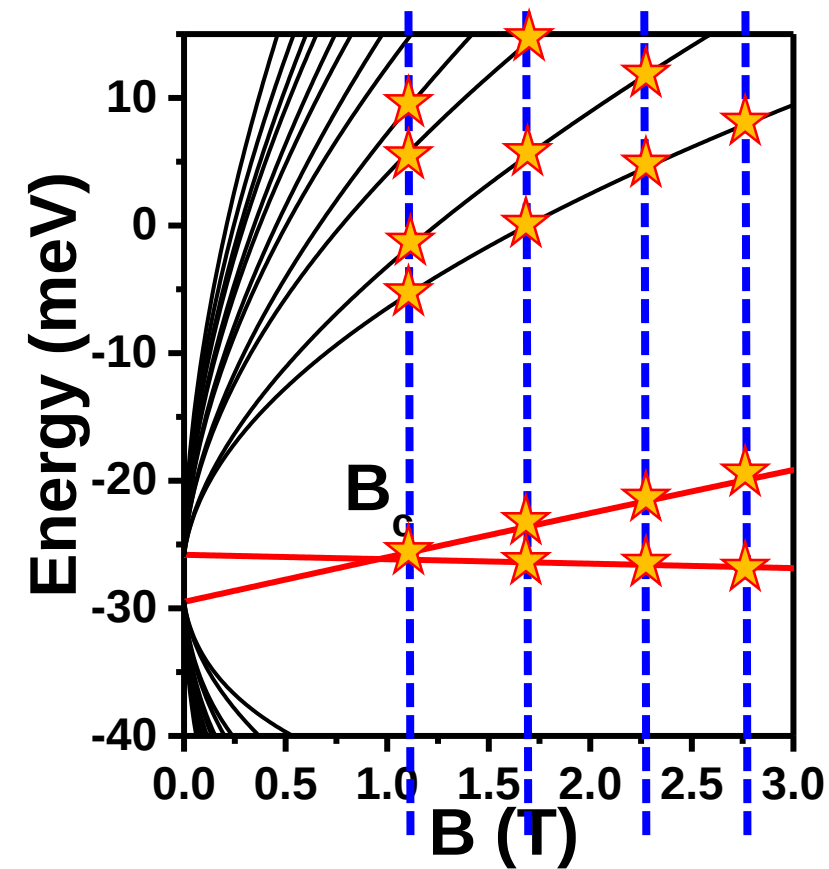


Визуализация уровней Ландау магнитотранспортным методом

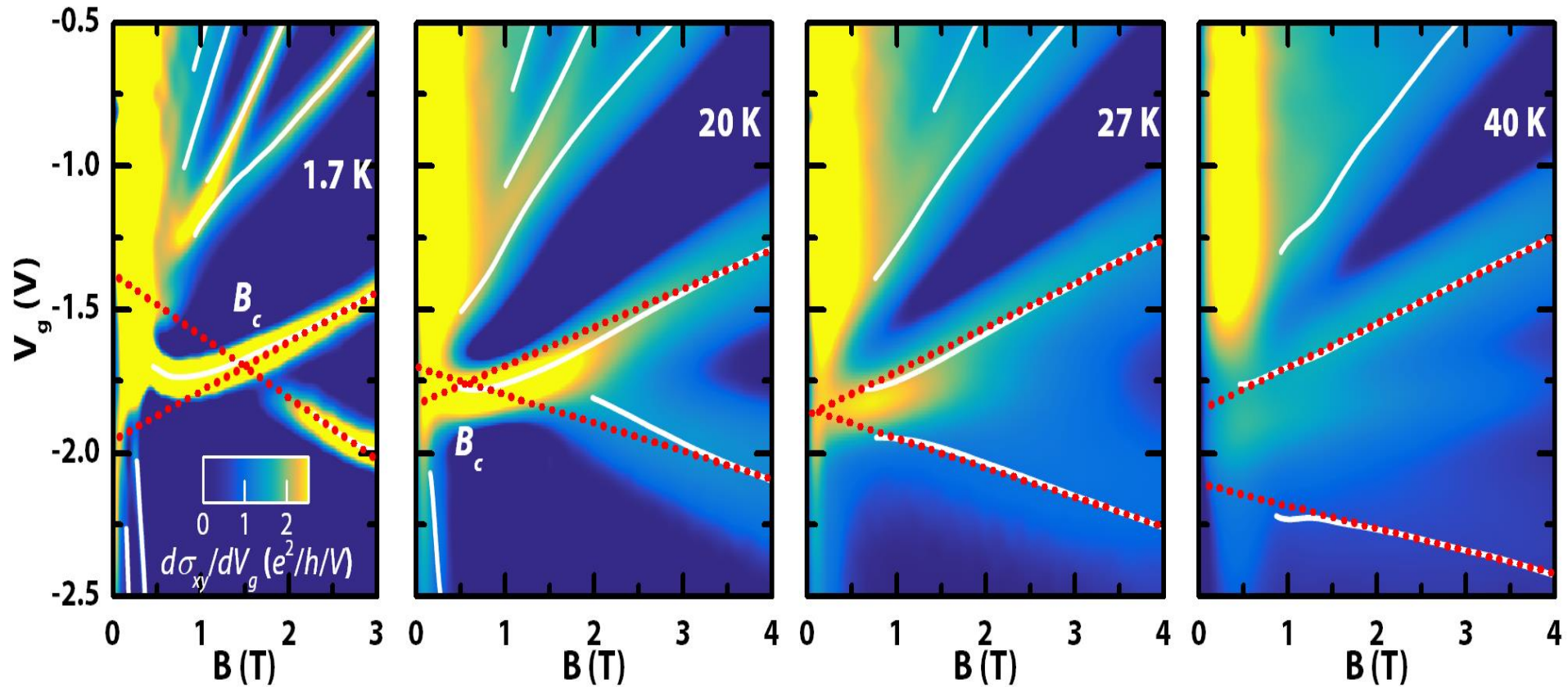


Впервые такая методика «визуализации» была предложена в работе
Büttner B. et al. *Nature Physics*, **7** (5), 418-422, (2011)

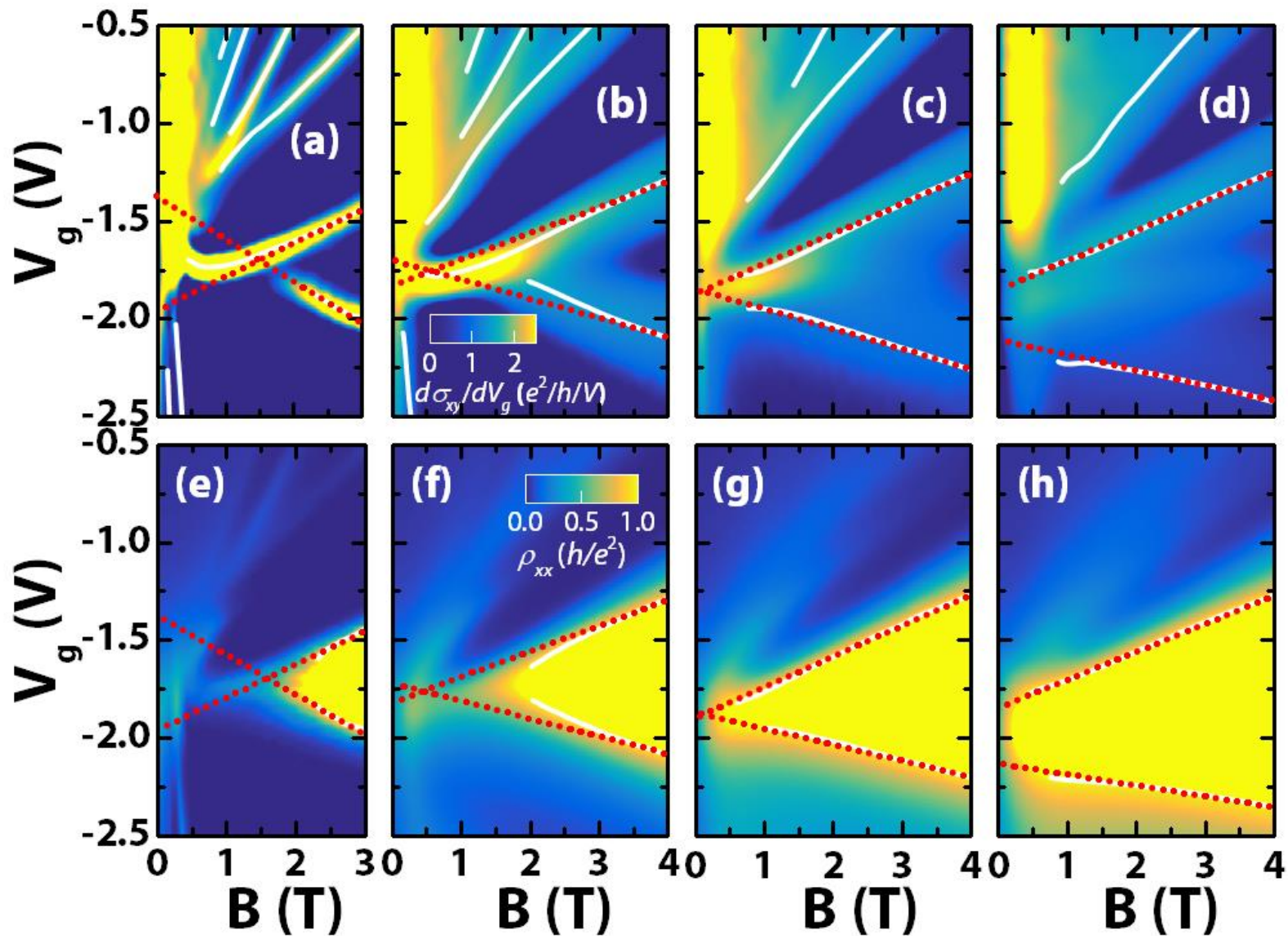
Визуализация уровней Ландау магнитотранспортным методом



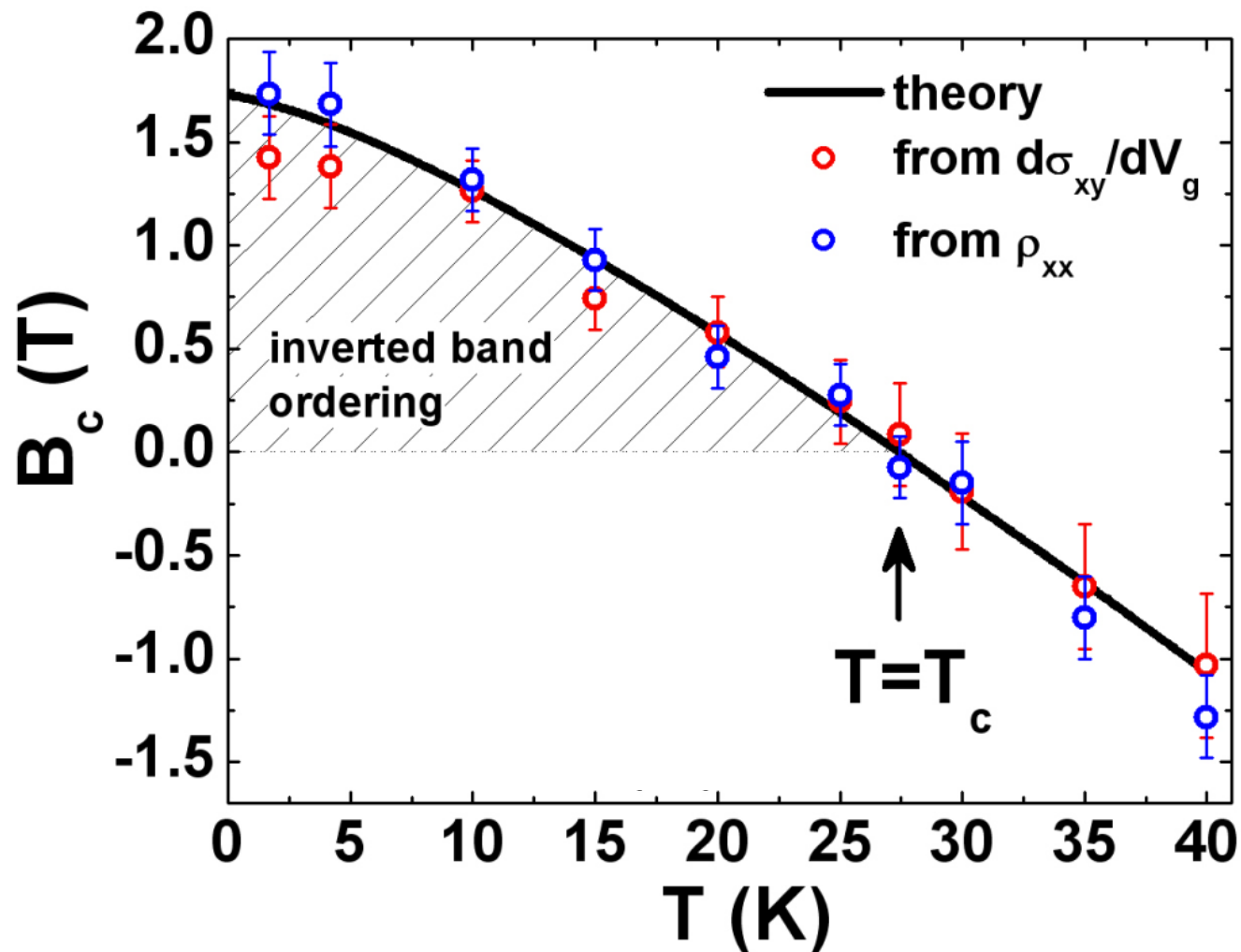
Топологический фазовый переход под действием температуры



Топологический фазовый переход под действием температуры



Зависимость критического магнитного поля от температуры



Заключение

- Впервые магнитотранспортным методом продемонстрирован топологический фазовый переход под действием температуры
- Определена критическая температура $T_c = 27$ К для КЯ HgTe/CdHgTe толщиной 6.5 нм

Temperature-induced topological phase transition in HgTe quantum wells

A. M. Kadykov,^{1,2} S. S. Krishtopenko,^{1,2,*} B. Jouault,^{1,*} W. Desrat,¹ W. Knap,¹ S. Ruffenach,¹ C. Consejo,¹ J. Torres,³ S. V. Morozov,² N. N. Mikhailov,^{4,5} S. A. Dvoretiskii,^{4,5} and F. Teppe^{1,†}

¹*Laboratoire Charles Coulomb, UMR Centre National de la Recherche Scientifique 5221, University of Montpellier, F-34095 Montpellier, France.*

²*Institute for Physics of Microstructures RAS, GSP-105, Nizhni Novgorod 603950, Russia*

³*Institut d'Electronique et des Systemes, UMR Centre National de la Recherche Scientifique 5214, University of Montpellier, F-34095 Montpellier, France.*

⁴*Institute of Semiconductor Physics, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, pr. Akademika Lavrent'eva 13, Novosibirsk, 630090 Russia*

⁵*Novosibirsk State University, Pirogova st. 2, 630090 Novosibirsk, Russia.*

(Dated: October 19, 2017)

arXiv:1710.06666v3