



## Образовательный семинар аспирантов и студентов

# СПИН-ОРБИТАЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ

Криштопенко С.С.

*Аспирант 1-го года ИФМ РАН*

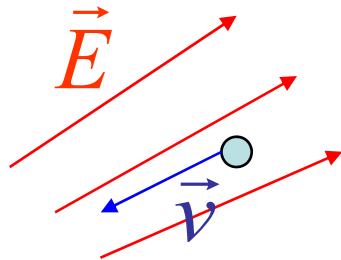
2 апреля, ИФМ РАН, 2009

## План семинара:



# Природа спин-орбитального взаимодействия

## Квазиклассика



$$\vec{B} = \frac{1}{c} [\vec{v} \times \vec{E}] \text{ - в с.о., где электрон покоится}$$

$$\hat{\mu} = g\mu_B \hat{S} \text{ - “собственный” магнитный момент электрона}$$

$$\hat{H}_{so} = -\hat{\mu} \cdot \vec{B} = -\frac{\hbar}{2m_0 c^2} \vec{\sigma} \cdot [\vec{v} \times |e|\vec{E}] = -\frac{\hbar^2}{2m_0^2 c^2} \vec{\sigma} \cdot [\vec{k} \times \nabla U]$$

$$\nabla U = -|e|\vec{E}, \text{ где } U \text{ - потенциальная энергия электрона}$$

$$\vec{v} = \frac{\hbar \vec{k}}{m_0} \text{ - скорость электрона}$$

$$\mu_B = \frac{|e|\hbar}{2m_0 c} \text{ - магнетон Бора}$$

~~$$\hat{H}_{so} = -\frac{\hbar^2}{2m_0^2 c^2} \vec{\sigma} \cdot [\vec{k} \times \nabla U]$$~~



$$\hat{H}_{so} = -\frac{\hbar^2}{4m_0^2 c^2} \vec{\sigma} \cdot [\vec{k} \times \nabla U]$$

Учёт только магнитного поля, возникающего при переходе в собственную систему отсчёта, не позволяет правильно определить величину спин-орбитального взаимодействия

# Природа спин-орбитального взаимодействия

## Нерелятивистский переход

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left( c \boldsymbol{\alpha} \cdot \left( \vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right) + \beta \cdot m_0 c^2 + U \right) \Psi$$

уравнение Дирака для  
релятивистского электрона

где  $\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma}_i \\ \boldsymbol{\sigma}_i & 0 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \hat{1} & 0 \\ 0 & -\hat{1} \end{pmatrix}$

Матрицы Паули в  $\sigma_z$ -представлении:

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

В нерелятивистском  
пределе:

$$\frac{\hat{v}}{c} \ll 1$$

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{кин}} + U + \hat{H}_{SO} + \hat{H}_{\text{Дар}}$$

$$\hat{H}_{SO} = -\frac{\hbar^2}{4m_0^2 c^2} \vec{\sigma} \cdot [\vec{k} \times \nabla U]$$

## Спин-орбитальное взаимодействие в кристалле

- Одноэлектронное уравнение Шрёдингера в кристалле:

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m_0} \nabla^2 + U(\vec{r}) - \frac{\hbar^2}{4m_0^2 c^2} \vec{\sigma} \cdot [\vec{k}, \nabla U(\vec{r})] \right) \Psi(\vec{r}) = \varepsilon \Psi(\vec{r})$$

$$U(\vec{r}) = U_{\text{крист}}(\vec{r}) + V_{\text{ext}}(\vec{r}), \text{ где } U_{\text{крист}}(\vec{r}) = U_{\text{крист}}(\vec{r} + \vec{a})$$

- Волновая функция при  $V_{\text{ext}}(\vec{r})=0$ :  $\Psi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} u_{n,\vec{k}}(\vec{r})$

$$u_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = \sum_{n'} A_{nn'}(\vec{k} - \vec{k}_0) u_{n',\vec{k}_0}(\vec{r}) \quad \int_{\Omega_0} u_{n,\vec{k}_0}^*(\vec{r}) u_{n',\vec{k}_0}(\vec{r}) d\vec{r} = \delta_{nn'}$$

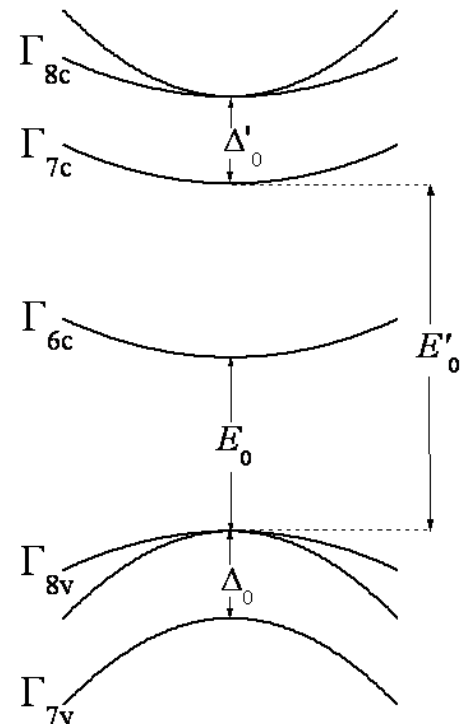
- Волновая функция при  $V_{\text{ext}}(\vec{r}) \neq 0$ :  $\chi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} u_{n,\vec{k}_0}(\vec{r})$

$$\psi(\vec{r}) = \sum_{n'} \int_{\text{з.б.}} A_{n'}(\vec{k}') \chi_{n',\vec{k}'}(\vec{r}) d\vec{k}' - \text{вектор-столбец}$$

Считая, что  $V_{\text{ext}}(\vec{r})$  мало меняется в пределах элементарной ячейки:

$$(\hat{H}_{\text{эфф}} + U(\vec{r})) F(\vec{r}) = \varepsilon F(\vec{r})$$

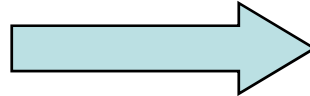
$$\psi(\vec{r}) = \sum_n F_n(\vec{r}) u_{n,\vec{k}_0}(\vec{r}) = \sum_n \Psi_n(\vec{r})$$



# Спиновые расщепления электронов в объёмных полупроводниках

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} + \hat{H}_{SO}(\vec{k})$$

Инвариантность  
системы по отношению  
к инверсии времени



$$\hat{H}_{SO}(\vec{k}) \propto \hat{\sigma}_l k_m; \hat{\sigma}_l k_i k_j k_z$$

$\hat{T} = i\sigma_y \hat{C}$   
оператор  
комплексного  
сопряжения

Отсутствие симметрии  
кристаллической решётки  
по отношению к инверсии



$$\hat{H}_{SO}(\vec{k}) \neq 0$$

- ось симметрии не ниже третьего порядка:

$$\hat{H}_{SO}(\vec{k}) = \alpha [\vec{\sigma} \times \vec{k}] \cdot \vec{v} \quad \alpha = const$$

$\vec{v}$  - орт, направленный вдоль оси

- отсутствие центра инверсии в элементарной ячейке ( $A_3B_5$ ):

$$\hat{H}_{SO}(\vec{k}) = \gamma [\hat{\sigma}_x k_x (k_y^2 - k_z^2) + \hat{\sigma}_y k_y (k_z^2 - k_x^2) + \hat{\sigma}_z k_z (k_x^2 - k_y^2)] \quad \gamma = const$$

3D гамильтониан Дрессельхауза

$x \parallel [100], y \parallel [010], z \parallel [001]$

# Туннелирование через симметричный одиночный барьер (1)

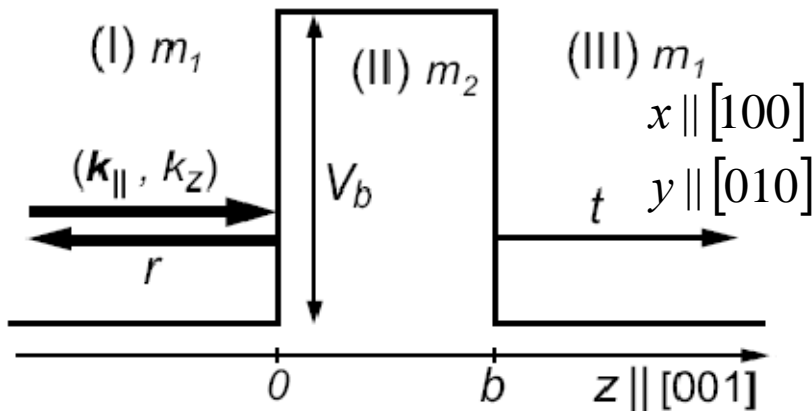
PHYSICAL REVIEW B 67, 201304(R) (2003)

## Spin-dependent tunneling through a symmetric semiconductor barrier

V. I. Perel', S. A. Tarasenko,\* and I. N. Yassievich  
*A.F. Ioffe Physico-Technical Institute, 194021 St. Petersburg, Russia*

S. D. Ganichev, V. V. Bel'kov, and W. Prettl  
*Fakultät für Physik, Universität Regensburg, D-93040 Regensburg, Germany*

(Received 30 December 2002; revised manuscript received 24 March 2003; published 12 May 2003)



$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*} + V(z) + \hat{H}_D$$

$$\hat{H}_D(\vec{k}) = \gamma \left[ \hat{\sigma}_x k_x (k_y^2 - k_z^2) + \hat{\sigma}_y k_y (k_z^2 - k_x^2) + \hat{\sigma}_z k_z (k_x^2 - k_y^2) \right]$$

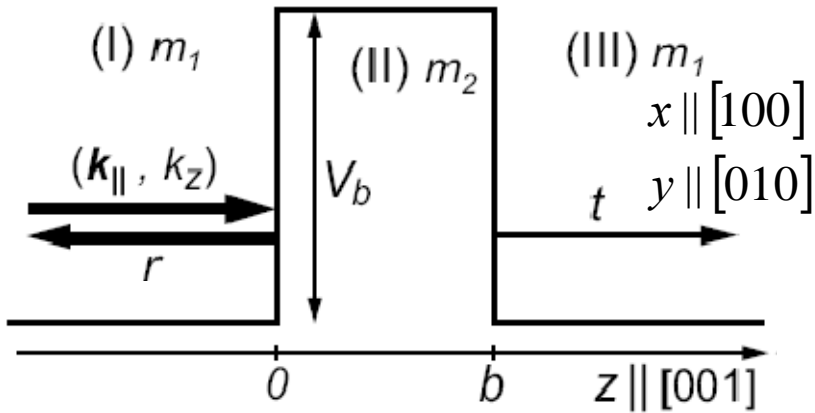
$k_z = -i \frac{\partial}{\partial z}$

$$\hat{H}_D(\vec{k}) = \begin{cases} \gamma (\hat{\sigma}_x k_x - \hat{\sigma}_y k_y) \frac{\partial^2}{\partial z^2}, & z \in (0, b) \\ 0, & z \notin (0, b) \end{cases}$$

Аналогия

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

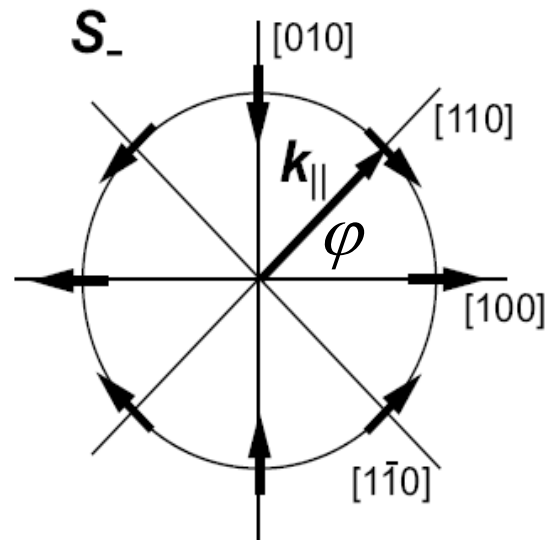
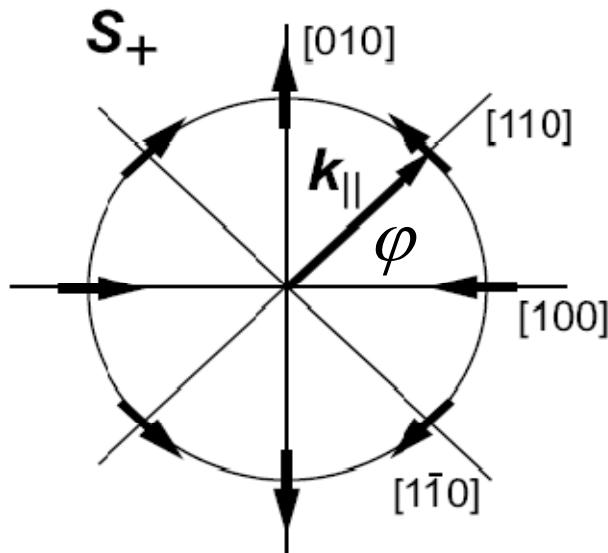
# Пространственная ориентация электронных спинов в барьере (1)



$$\hat{H}_D(\vec{k}) = \gamma(\hat{\sigma}_x k_x - \hat{\sigma}_y k_y) \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\chi_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \mp e^{-i\varphi} \end{pmatrix}$$

$$\vec{k}_{\parallel} = (k \cdot \cos \varphi, k \cdot \sin \varphi, 0)$$



$$\begin{aligned} \vec{s}_{\pm} &= \frac{1}{2} \chi_{\pm}^{(+)} \hat{\sigma} \chi_{\pm} = \\ &= \pm \frac{1}{2} (-\cos \varphi, \sin \varphi, 0) \end{aligned}$$

Нет  
рассеяния



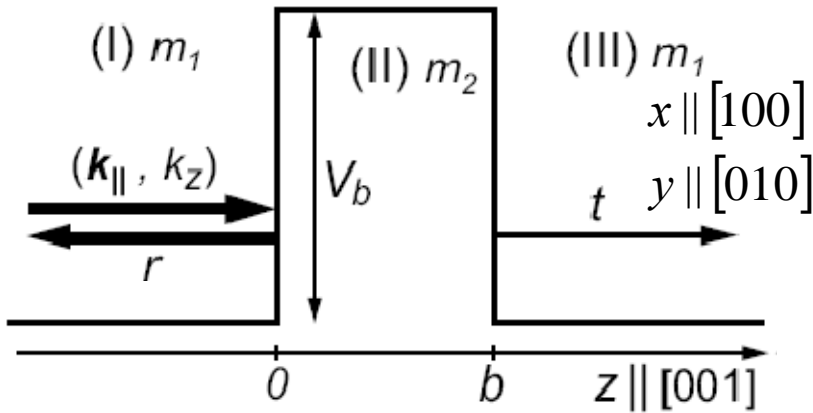
$k_{\parallel}$   
сохраняется



сохраняется  
спин  $S$



## Волновые функции электронов



$$\hat{H}_{\pm} = -\frac{\hbar^2}{2m_{\pm}} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*} + V(z)$$

$$m_{\pm} = m^* \left( 1 \pm 2 \frac{\gamma m^* k_{\parallel}}{\hbar^2} \right)^{-1}$$

Волновая функция:

$$\Psi_{\pm}(\vec{r}) = \chi_{\pm} u_{\pm}(z) \exp(i\vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{\rho})$$

Граничные условия:

$$\hat{H}_{\pm} = -\frac{\partial}{\partial z} \frac{\hbar^2}{2m_{\pm}} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*} + V(z)$$



$$\Psi_{\pm}$$

$$\frac{1}{m_{\pm}} \frac{\partial \Psi_{\pm}}{\partial z}$$

непрерывны на  
гетерограницах

Амплитуды волн:

$$u_{\pm}^{(I)}(z) = [\exp(ik_z z) + r_{\pm} \exp(-ik_z z)]$$

$$u_{\pm}^{(II)}(z) = [A_{\pm} \exp(q_{\pm} z) + B_{\pm} \exp(-q_{\pm} z)]$$

$$u_{\pm}^{(III)}(z) = t_{\pm} \exp(ik_z z)$$

Показатели затухания:

$$q_{\pm} = q_0 \left( 1 \pm 2 \frac{\gamma m_2 k_{\parallel}}{\hbar^2} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$q_0 = \sqrt{\frac{2m_2 V_b}{\hbar^2} - k_z^2 \frac{m_2}{m_1} - k_{\parallel}^2 \left( \frac{m_2}{m_1} - 1 \right)}$$

# Поляризационная эффективность при туннелировании электронов

	GaSb	InAs	GaAs	InP	InSb
$\gamma, \text{eV} \cdot \text{\AA}^3$	187	130	24	8	220
$m^*/m_0$	0.041	0.023	0.067	0.081	0.013



$$\gamma \frac{m_2 k_{\parallel}}{\hbar^2} \ll 1$$

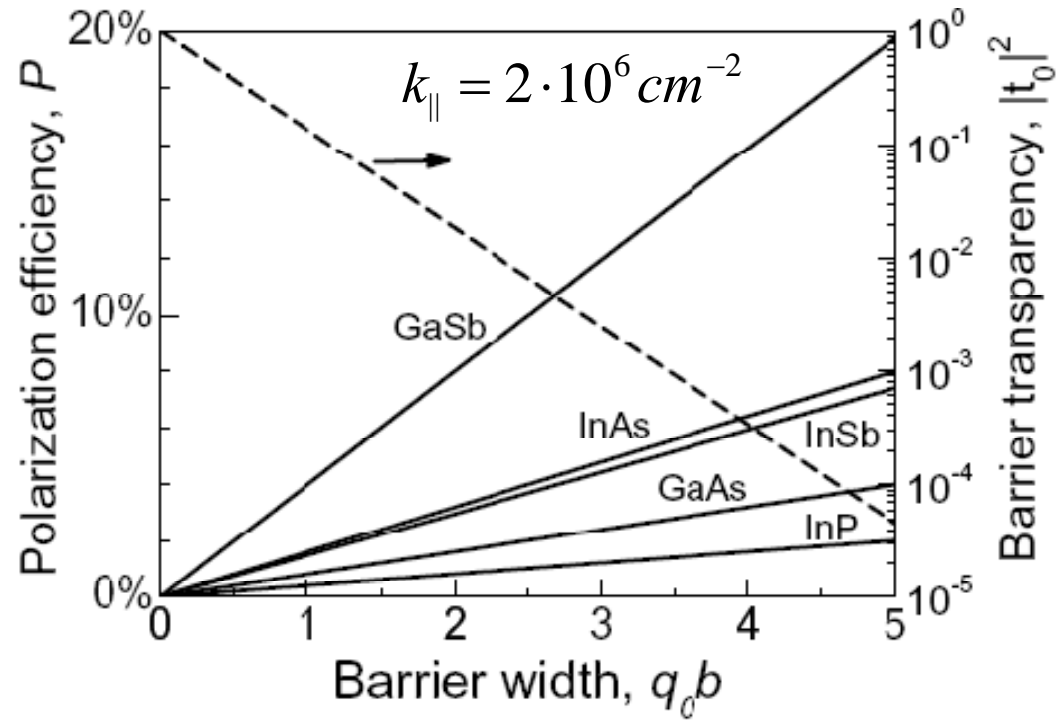
$t_{\pm} = t_0 \exp\left(\pm \gamma \frac{m_2 k_{\parallel}}{\hbar^2} q_0 b\right)$  - коэффициент прозрачности для электронов

$$t_0 = -4i \frac{m_2}{m_1} \frac{k_z q_0}{(q_0 - ik_z m_2/m_1)^2} \exp(-q_0 b - ik_z b)$$

Эффективность поляризации:

$$P = \frac{|t_+|^2 - |t_-|^2}{|t_+|^2 + |t_-|^2} = th\left(2\gamma \frac{m_2 k_{\parallel}}{\hbar^2} q_0 b\right)$$

Штриховой линией показана зависимость туннельной прозрачности в отсутствие спин-орбитального взаимодействия от приведенной толщины барьера.



# Туннелирование через асимметричный одиночный барьер (2)

PHYSICAL REVIEW B

VOLUME 58, NUMBER 23

15 DECEMBER 1998-I

## Spin-dependent electronic tunneling at zero magnetic field

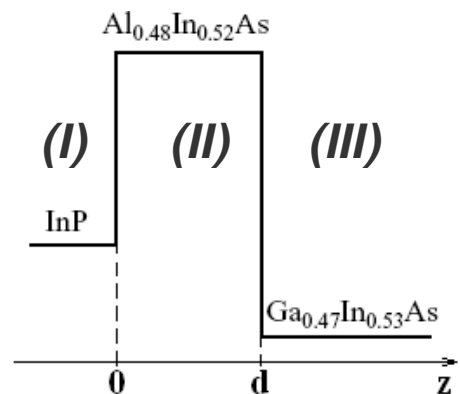
A. Voskoboynikov

*National Chiao Tung University, 1001 Ta Hsueh Road, Hsinchu 30010, Taiwan, Republic of China  
and Kiev Taras Shevchenko University, 64 Volodymyrska Street, 252030 Kiev, Ukraine*

Shiue Shin Liu and C. P. Lee

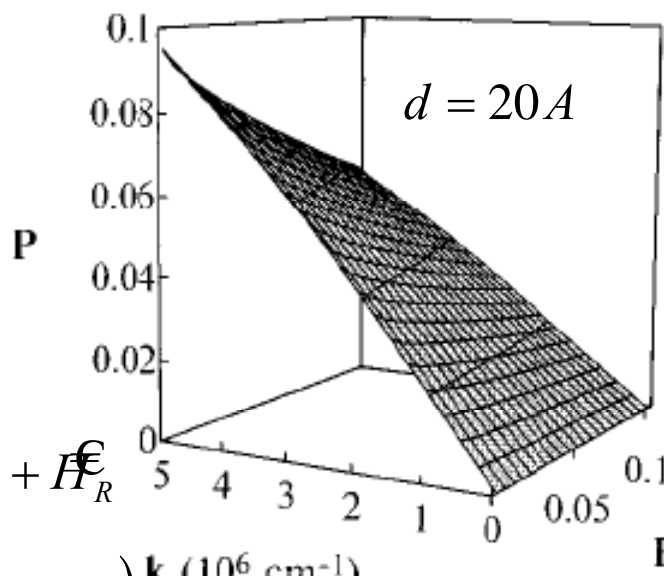
*National Chiao Tung University, 1001 Ta Hsueh Road, Hsinchu 30010, Taiwan, Republic of China*

(Received 15 July 1998)



$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*} + V(z) + \hat{H}_R$$

$$\hat{H}_R(\vec{k}) = \alpha [\vec{\sigma} \times \vec{k}]_z = \alpha (\sigma_x k_y - \sigma_y k_x) \quad \text{K (10}^6 \text{ cm}^{-1}\text{)}$$

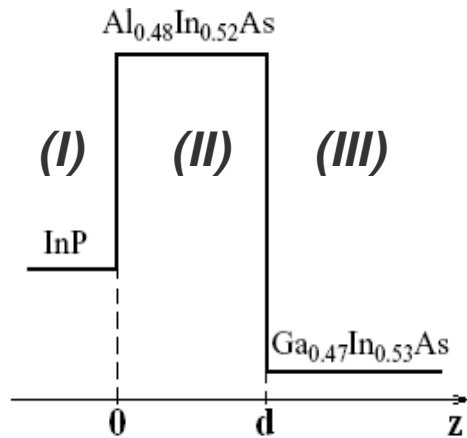


$$E_z = E - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{(I)}^*}$$

Продольная  
компонента энергии  
падающего электрона

“Константа” спин-орбитального расщепления  
Рашбы может зависеть как от  $z$  так и от  $k_z$

## Пространственная ориентация электронных спинов в барьере (2)

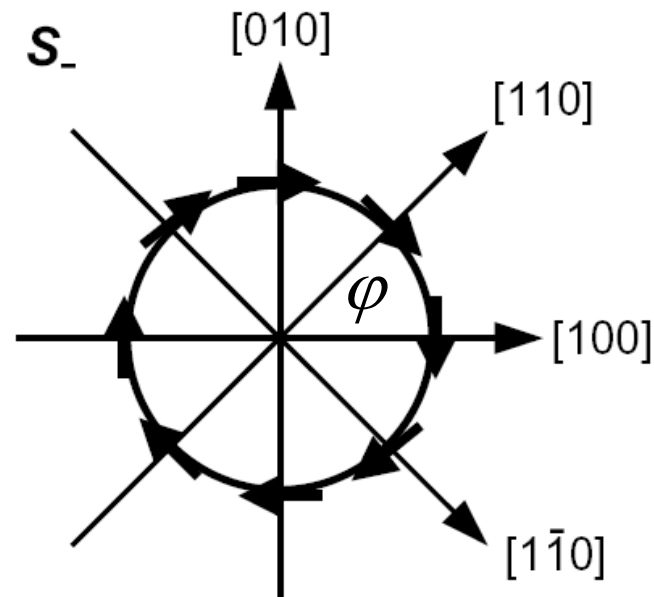
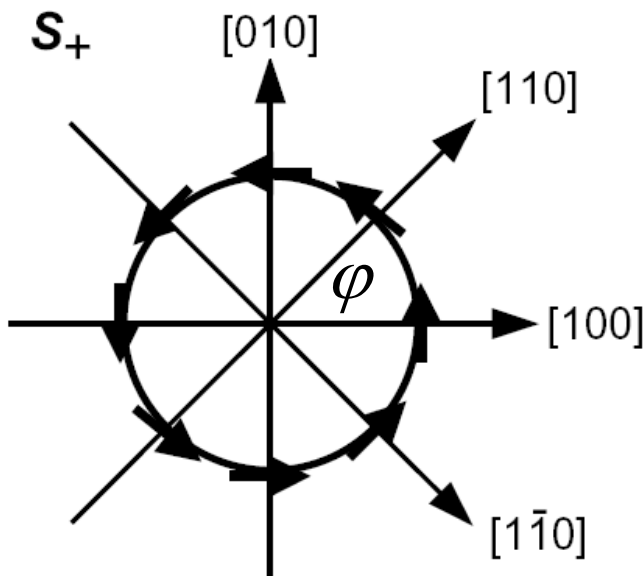


$$\hat{H}_R(\vec{k}) = \alpha(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x)$$

$$\chi_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \mp i e^{i\varphi} \end{pmatrix}$$

$$\vec{k}_{\parallel} = (k \cdot \cos \varphi, k \cdot \sin \varphi, 0)$$

$$\vec{s}_{\pm} = \frac{1}{2} \chi_{\pm}^{(+)} \hat{\sigma} \chi_{\pm} = \pm \frac{1}{2} (\sin \varphi, -\cos \varphi, 0)$$



# Спин-орбитальное расщепление в двумерных гетероструктурах

$$\hat{H}_D(\vec{k}) = \gamma \left[ \hat{\sigma}_x k_x (k_y^2 - k_z^2) + \right. \\ \left. + \hat{\sigma}_y k_y (k_z^2 - k_x^2) + \hat{\sigma}_z k_z (k_x^2 - k_y^2) \right]$$

**Объёмно-инверсионная асимметрия**  
(Bulk Inversion Asymmetry)

$A_3B_5$ ,  $A_2B_6$ , Tellurium

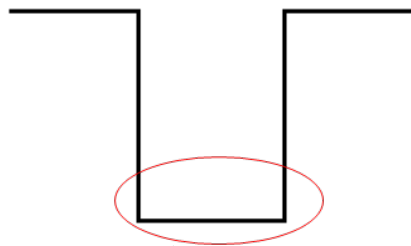
$$H_{BIA}(\vec{k}) = \beta (\sigma_x k_x - \sigma_y k_y)$$

**Отсутствие центра  
инверсии**

**Структурно-инверсионная  
асимметрия**  
(Structure Inversion Asymmetry)

$$H_{SIA}(\vec{k}) = \alpha (\sigma \times \vec{k})_z$$

**Интерфейсно-инверсионная  
асимметрия**  
(Interface Inversion Asymmetry)  
(!Symmetric Si/Ge QW)



2D электронный газ

## Спин-орбитальное взаимодействие в 2D электронном газе

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m^*} + \hat{H}_{BIA} + \hat{H}_{SIA}$$

$$\hat{H}_{SIA}(\vec{k}) = \alpha(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x)$$

$$\hat{H}_{BIA}(\vec{k}) = \beta(\hat{\sigma}_x k_x - \hat{\sigma}_y k_y)$$

$$x \parallel [100], y \parallel [010]$$

Собственные функции гамильтониана:

$$\Psi_{\pm} = \frac{\exp(i\vec{k}\vec{\rho})}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{-i\theta} \\ \pm i \end{pmatrix}$$

$$\tan \theta = \frac{\alpha k_y - \beta k_x}{\alpha k_x - \beta k_y} = \frac{\alpha \sin \varphi - \beta \cos \varphi}{\alpha \cos \varphi - \beta \sin \varphi}$$

$$\vec{k} = (k \cdot \cos \varphi, k \cdot \sin \varphi)$$

Собственные значения гамильтониана:

$$E_{\pm}(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \pm k \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi}$$

$$\alpha \cdot \beta \neq 0 \quad \longrightarrow \quad \Delta_{spin} \neq \Delta_{BIA} + \Delta_{SIA}$$

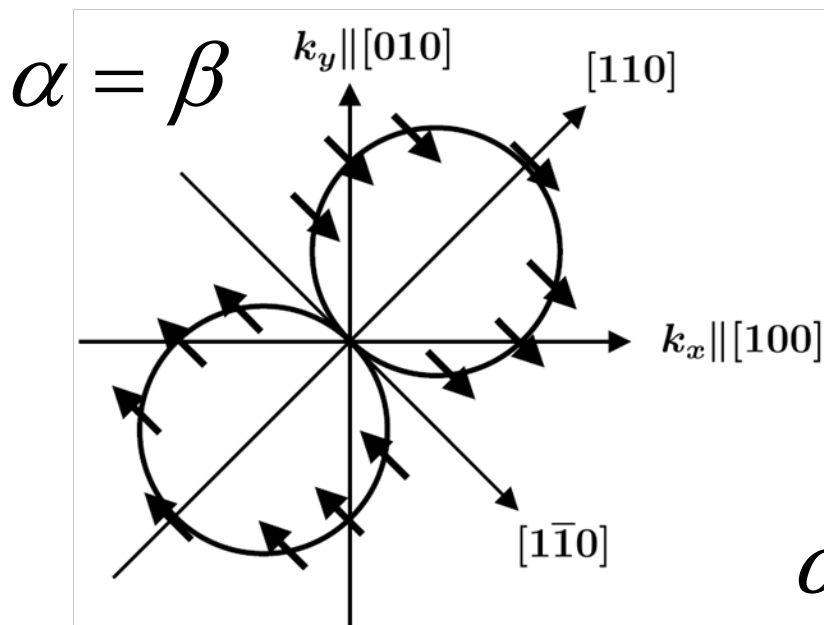
$$\Delta_{SIA} = 2\alpha k \quad \Delta_{BIA} = 2\beta k$$

Зеемановский вид:

$$\hat{H}_{SO}(\vec{k}) = \hbar \hat{\vec{\sigma}} \cdot \vec{\Omega}(\vec{k}) \quad \longrightarrow \quad \Delta_{spin} = 2\hbar |\vec{\Omega}(\vec{k})|$$

$\vec{\Omega}(\vec{k})$  - частота спиновой прецессии в “эффективном магнитном поле”

# Распределения эффективных магнитных полей в $k$ -пространстве



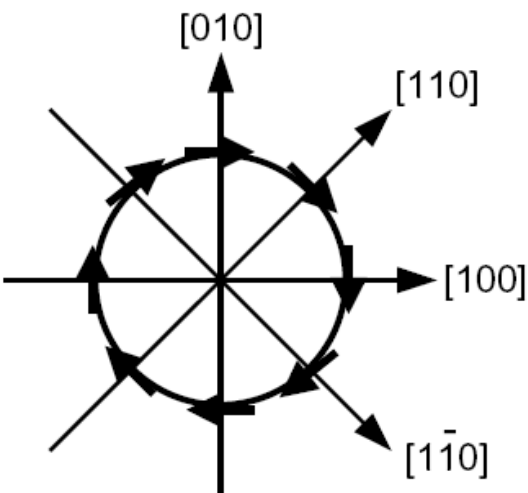
$$\vec{\Omega}(\vec{k}) = \vec{\Omega}_{SIA}(\vec{k}) + \vec{\Omega}_{BIA}(\vec{k})$$

$$|\vec{\Omega}(\vec{k})| \neq |\vec{\Omega}_{SIA}(\vec{k})| + |\vec{\Omega}_{BIA}(\vec{k})|$$

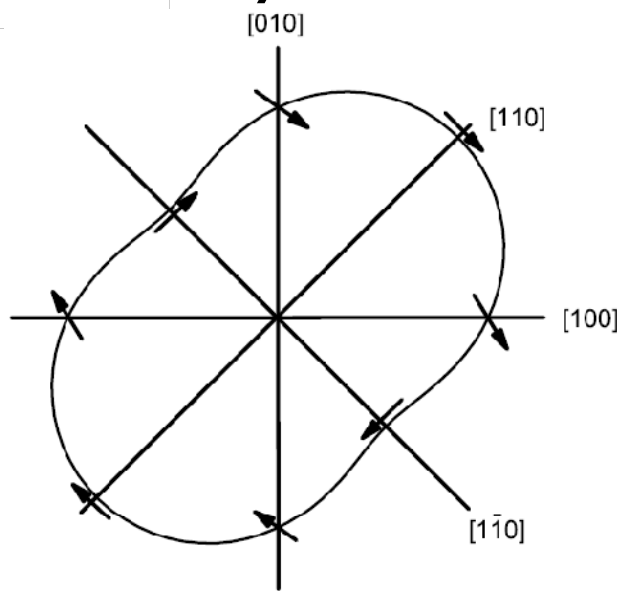


$$\Delta_{spin} \neq \Delta_{BIA} + \Delta_{SIA}$$

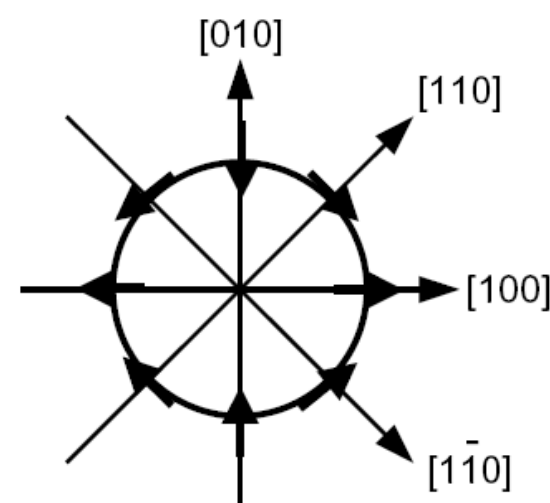
**SIA**



$$\alpha / \beta = 4$$



**BIA**



## Экспериментальное изучение эффектов спин-орбитального взаимодействия в 2D электронном газе

- ☒ Магнитоосцилляционные явления.
- ☒ Слабая локализация.
- ☒ Фотогальванические эффекты.
- ☒ Исследование времён спиновой релаксации.
- ☒ Инжекция носителей заряда из магнитных материалов.
- ☒ Комбинационное рассеяние.



# Осцилляции Шубникова- де Гааза

PHYSICAL REVIEW B

VOLUME 55, NUMBER 4

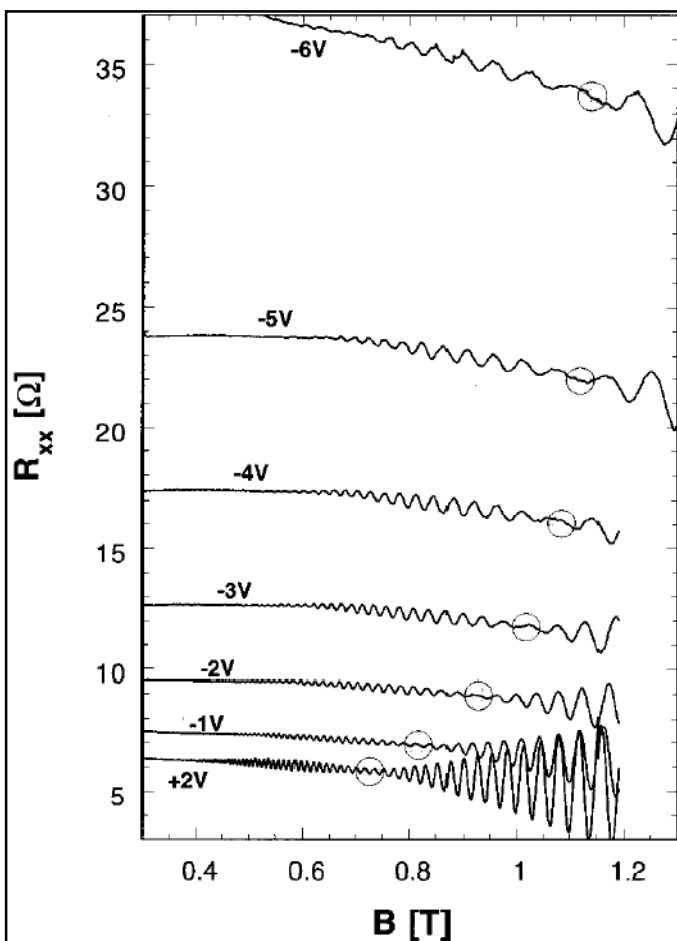
15 JANUARY 1997-II

## Experimental and theoretical approach to spin splitting in modulation-doped $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{InP}$ quantum wells for $B \rightarrow 0$

G. Engels, J. Lange, Th. Schäpers, and H. Lüth

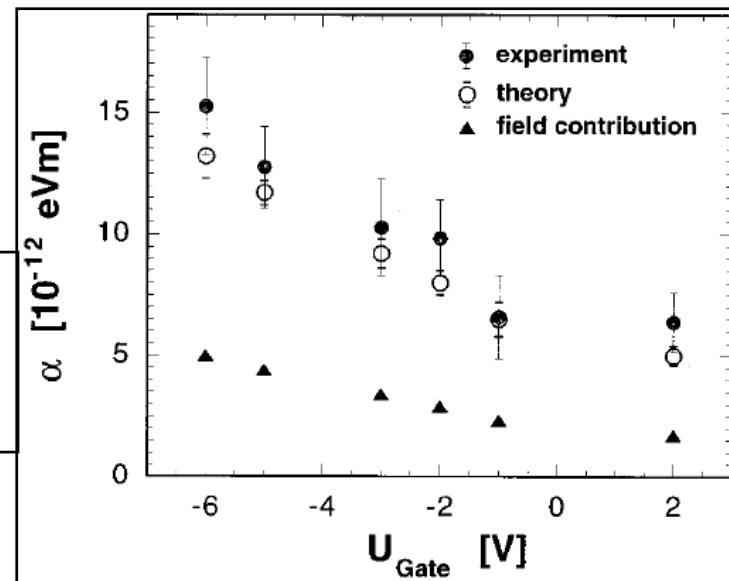
*Institut für Schicht- und Ionentechnik, Forschungszentrum Jülich GmbH, 52425 Jülich, Germany*

(Received 26 August 1996)



Осцилляции ШдГ при  $T=0.3\text{K}$  при различных напряжениях на затворе

Значения константы Рашбы в зависимости от напряжения на затворе



$$E_{\pm}(k, \varphi) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \pm \alpha k$$

## Осцилляции Шубникова-де Гааза

PHYSICAL REVIEW B

VOLUME 39, NUMBER 2

15 JANUARY 1989-I

Evidence for spin splitting in  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$  heterostructures as  $B \rightarrow 0$ 

B. Das, D. C. Miller, and S. Datta

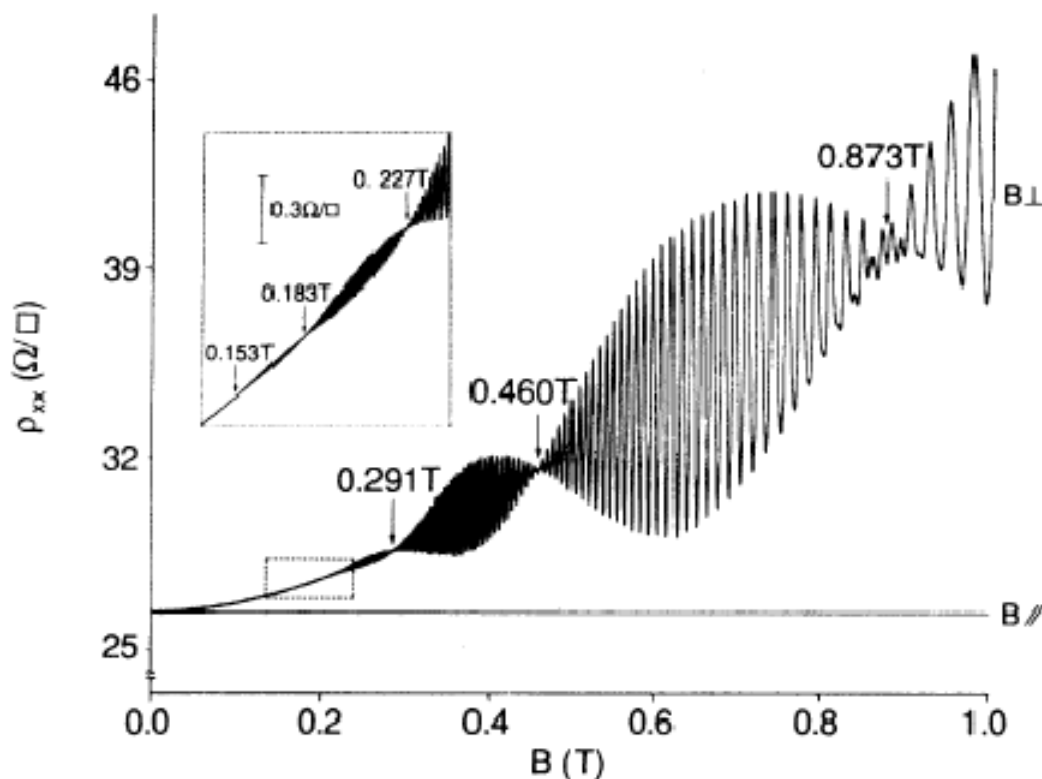
*School of Electrical Engineering, Purdue University, West Lafayette, Indiana 47907*

FIG. 2. The resistance for sample *A* as a function of magnetic field at  $T=0.5$  K. Node positions in the SdH oscillations are marked by arrows. The magnetoresistance for  $B < 0.25$  T is shown by the dotted inset.

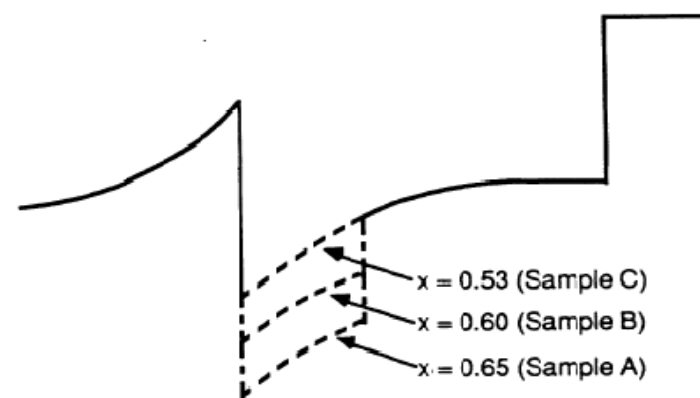


FIG. 1. Schematic and band diagrams of the  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$  heterostructures investigated. The dashed line shows the position of the 2DEG.

# Осцилляции Шубникова- де Гааза

Письма в ЖЭТФ, том 75, вып. 11, с. 669–672

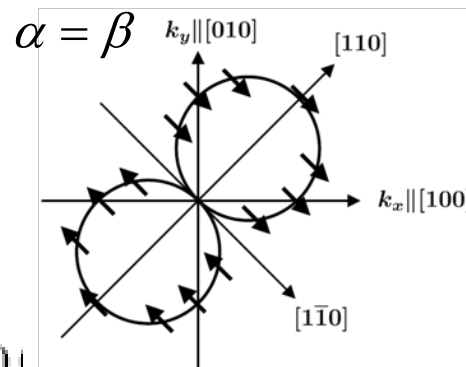
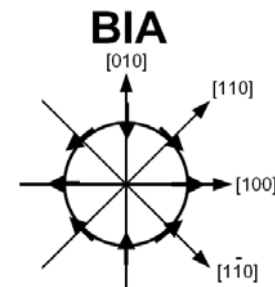
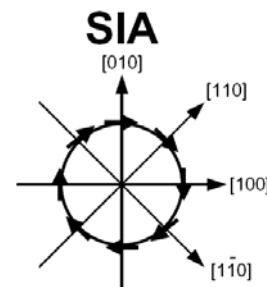
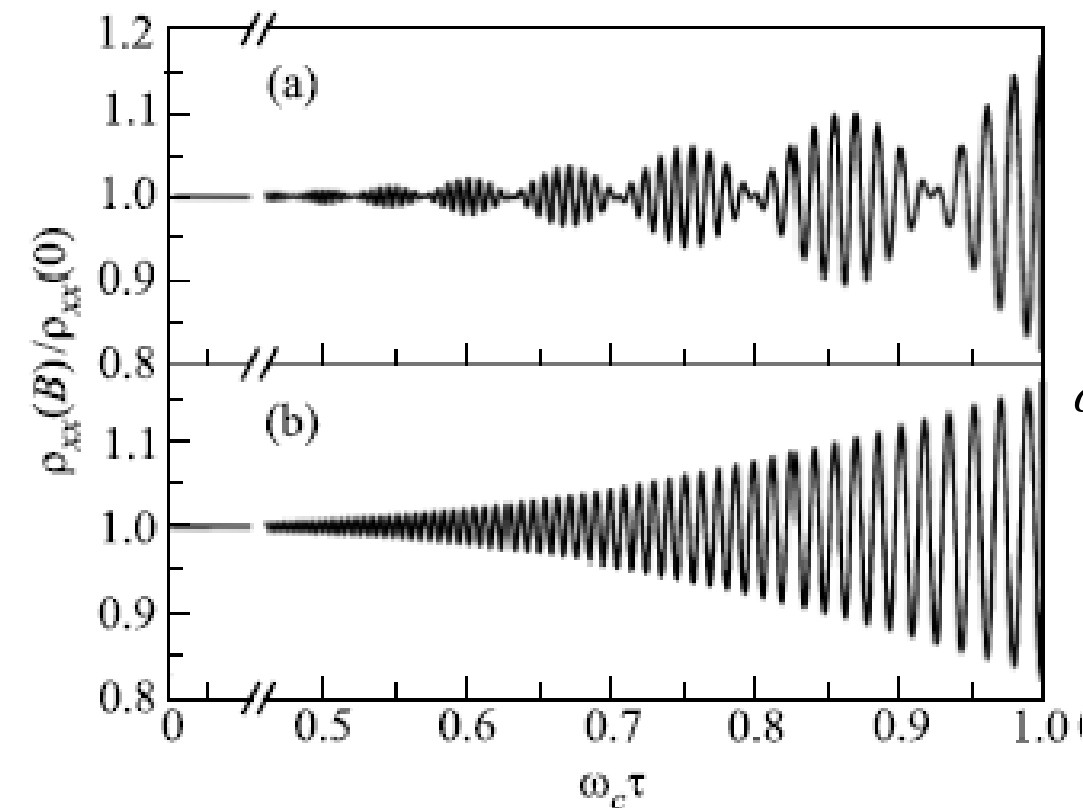
© 2002 г. 10 июня

## Интерференция спиновых расщеплений в магнитоосцилляционных явлениях в двумерных системах

С. А. Тарасенко<sup>1)</sup>, Н. С. Аверкиев

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, 194021 Санкт-Петербург, Россия

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m^*} + \hat{H}_{BIA} + \hat{H}_{SIA} \quad \begin{aligned} \hat{H}_{SIA}(\vec{k}) &= \alpha(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x) \\ \hat{H}_{BIA}(\vec{k}) &= \beta(\hat{\sigma}_x k_y + \hat{\sigma}_y k_x) \end{aligned} \quad x \parallel [1\bar{1}0], y \parallel [110]$$



$$\mathcal{H}_{SO} = 2\alpha\sigma_x k_y$$

$$\Omega_x(\vec{k}) = 2\alpha k_y$$

$$\Omega_y(\vec{k}) = 0$$

# Спиновый полевой транзистор

## Electronic analog of the electro-optic modulator

Supriyo Datta and Biswajit Das

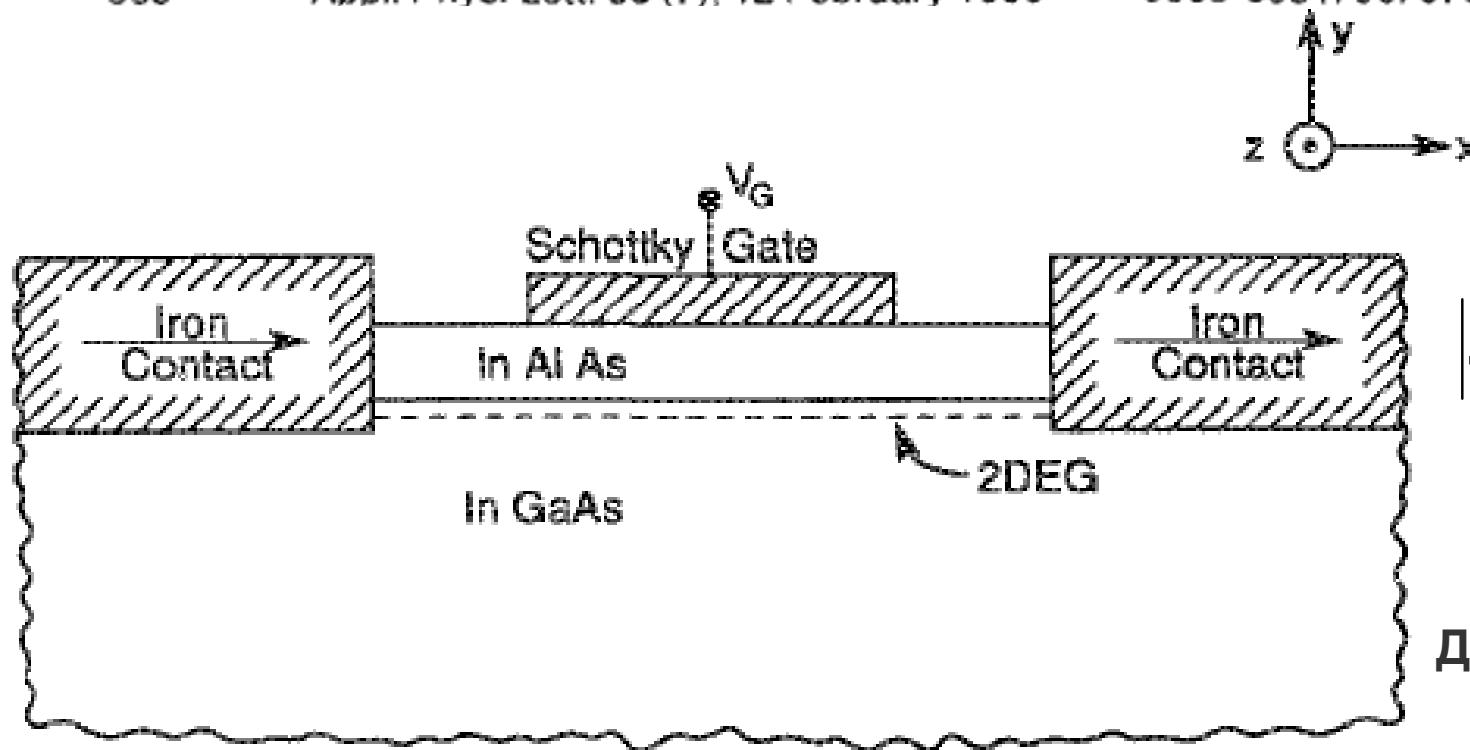
*School of Electrical Engineering, Purdue University, West Lafayette, Indiana 47907*

(Received 3 October 1989; accepted for publication 5 December 1989)

665

Appl. Phys. Lett. **56** (7), 12 February 1990

0003-6951/90/070665-03\$02.00



$$\left| \vec{\Omega}_{SIA}(\vec{k}) \right| = \frac{\alpha \cdot k}{\hbar}$$

$$t = \frac{m^* L}{\hbar k \cos \varphi}$$

Для InAs,  $L \sim 1$  мкм.

## Восьмизонный гамильтониан Кейна

	$S\alpha$	$S\beta$	$3/2, 3/2$	$3/2, 1/2$	$3/2, -1/2$	$3/2, -3/2$	$1/2, 1/2$	$1/2, -1/2$
$S\alpha$	$E_{c\pm} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c}$	0	$\frac{Pk_+}{\sqrt{2}}$	$-i\sqrt{\frac{2}{3}}Pk_z$	$\frac{Pk_-}{\sqrt{6}}$	0	$\frac{Pk_z}{\sqrt{3}}$	$\frac{-iPk_-}{\sqrt{3}}$
$S\beta$	0	$E_{c\pm} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c}$	0	$\frac{iPk_+}{\sqrt{6}}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}Pk_z$	$\frac{iPk_-}{\sqrt{2}}$	$\frac{Pk_+}{\sqrt{3}}$	$\frac{iPk_z}{\sqrt{3}}$
$3/2, 3/2$	$\frac{Pk_-}{\sqrt{2}}$	0	F	H	I	0	$\frac{iH}{\sqrt{2}}$	$-iI\sqrt{2}$
$3/2, 1/2$	$i\sqrt{\frac{2}{3}}Pk_z$	$\frac{-iPk_-}{\sqrt{6}}$	$H^*$	G	0	I	$\frac{i(G-F)}{\sqrt{2}}$	$iH\sqrt{\frac{3}{2}}$
$3/2, -1/2$	$\frac{Pk_+}{\sqrt{6}}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}Pk_z$	$I^*$	0	G	-H	$-iH^*\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{i(G-F)}{\sqrt{2}}$
$3/2, -3/2$	0	$\frac{-iPk_+}{\sqrt{2}}$	0	$I^*$	$-H^*$	F	$-iI^*\sqrt{2}$	$\frac{-iH}{\sqrt{2}}$
$1/2, 1/2$	$\frac{Pk_z}{\sqrt{3}}$	$\frac{Pk_-}{\sqrt{3}}$	$\frac{-iH^*}{\sqrt{2}}$	$\frac{-i(G-F)}{\sqrt{2}}$	$iH\sqrt{\frac{3}{2}}$	$iI\sqrt{2}$	$\frac{F+G}{2} - \Delta$	0
$1/2, -1/2$	$\frac{iPk_+}{\sqrt{3}}$	$\frac{-iPk_z}{\sqrt{3}}$	$iI^*\sqrt{2}$	$iH^*\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{-i(G-F)}{\sqrt{2}}$	$\frac{iH}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{F+G}{2} - \Delta$

$$P = \frac{\hbar}{m} \langle S | p_x | X \rangle = \frac{\hbar}{m} \langle S | p_y | Y \rangle = \frac{\hbar}{m} \langle S | p_z | Z \rangle,$$

$$F = f + E_v + \frac{\hbar^2}{2m} \left[ \left( A + \frac{B}{2} \right) (k_x^2 + k_y^2) + (A - B) k_z^2 \right],$$

$$G = g + E_v + \frac{\hbar^2}{2m} \left[ \left( A - \frac{B}{2} \right) (k_x^2 + k_y^2) + (A + B) k_z^2 \right],$$

$$H = -i \frac{\hbar^2}{2m} D k_x k_z,$$

$$I = \frac{\hbar^2}{2m} \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} B (k_x^2 - k_y^2) - i D k_x k_y \right\},$$

$$k_{\pm} = k_x \pm i k_y,$$

$$f = (2a + b) \varepsilon_{xx} + (a - b) \varepsilon_{zz}$$

$$g = (2a - b) \varepsilon_{xx} + (a + b) \varepsilon_{zz}$$

$$Pk_z \Rightarrow 0.5 \{ Pk_z \} = 0.5 \{ Pk_z + k_z P \}$$

**Гетероструктуры InAs/AlSb выращиваются на плоскости (001), при росте на этой плоскости тензор деформации может иметь только три отличные от нуля компоненты:  $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy}$ ,  $\varepsilon_{zz}$ . Оси  $x, y, z$  направлены вдоль  $[100]$ ,  $[010]$ ,  $[001]$  соответственно.**

## Спин-орбитальное расщепление Рашбы

Гамильтониан вблизи дна зоны проводимости :

$$\hat{H}_{ee} = \begin{pmatrix} \hat{A} & 0 \\ 0 & \hat{A} \end{pmatrix} + \hat{K}_{SO} \quad \leftarrow \quad \begin{aligned} \hat{A} &= \frac{\hbar^2(k_x^2 + k_y^2)}{2m_c} + \text{Herm}(P; k_z) \frac{\hbar^2}{2m_c P^2} \text{Herm}(P; k_z) + V(z) \\ \hat{K}_{SO} &= \hat{K}_{SIA} + \hat{K}_{BIA} \end{aligned}$$

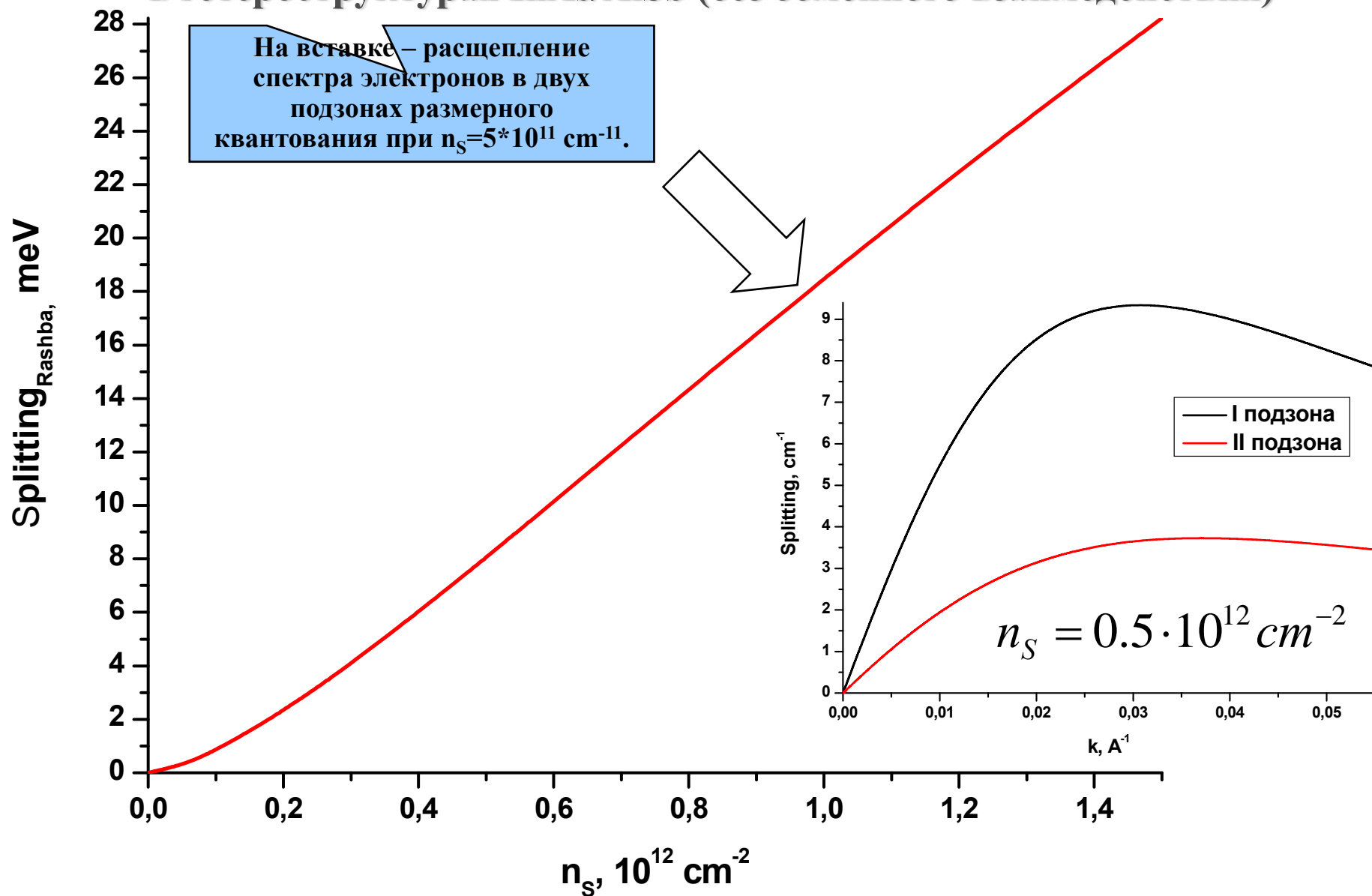
$$\hat{K}_{SIA} = (\text{Herm}(P; k_z) \cdot \Gamma \cdot P - P \cdot \Gamma \cdot \text{Herm}(P; k_z)) \cdot \begin{pmatrix} 0 & -(k_x - ik_y) \\ k_x + ik_y & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \hat{K}_{BIA} &= -i2k_x k_y \cdot B \cdot P \cdot \Gamma \cdot \begin{pmatrix} 0 & k_x - ik_y \\ k_x + ik_y & 0 \end{pmatrix} - \\ &- (\text{Herm}(B; k_z) \cdot \Gamma \cdot \text{Herm}(P; k_z) + \text{Herm}(P; k_z) \cdot \Gamma \cdot \text{Herm}(B; k_z)) \cdot \begin{pmatrix} 0 & k_x + ik_y \\ k_x - ik_y & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

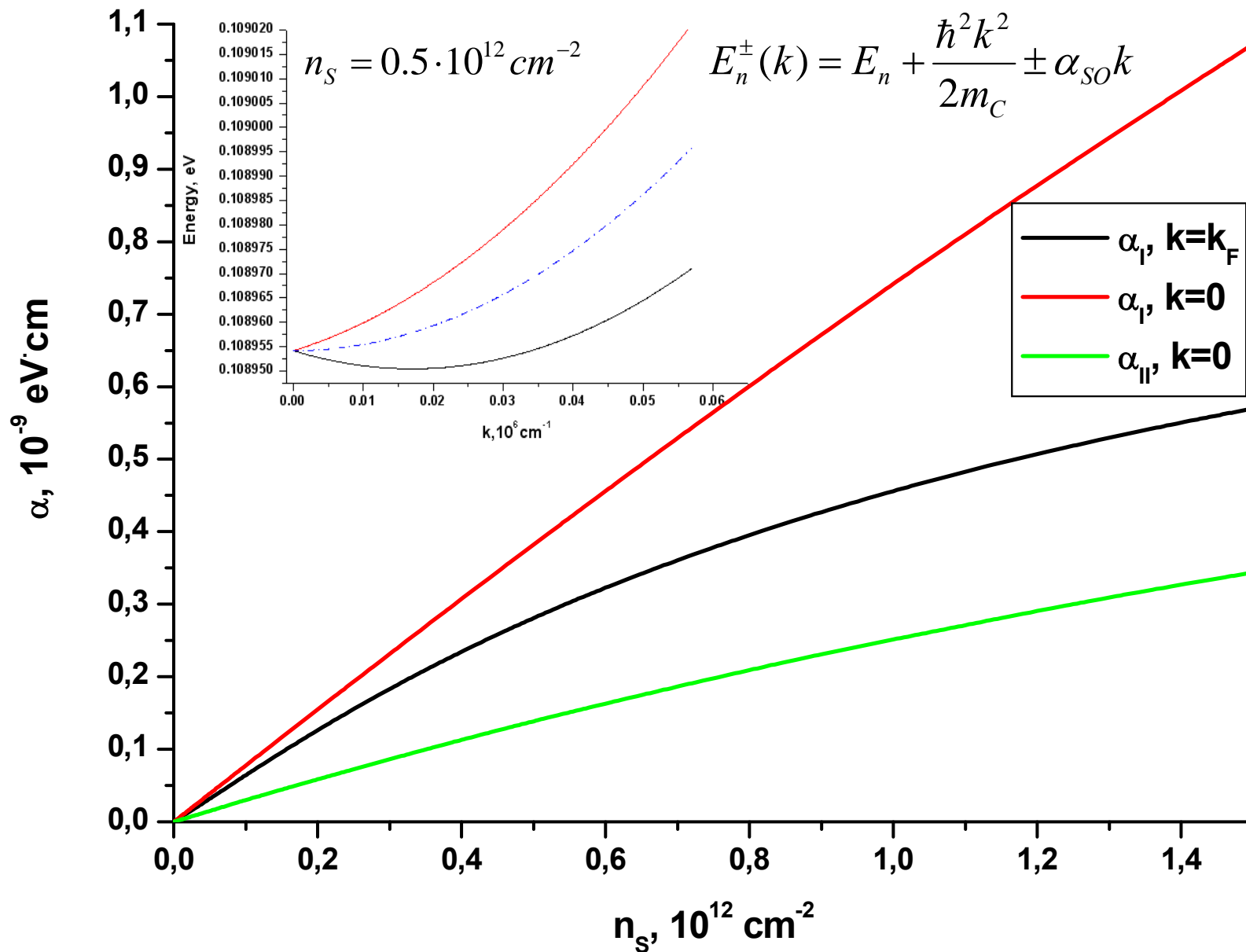
$$\Gamma(z) = \frac{\Delta}{3 \cdot (E_g + V(z)) \cdot (E_g + \Delta + V(z))}$$

$$P(z) = \sqrt{\frac{3\hbar^2}{2m_c} \frac{E_g(E_g + \Delta)}{3E_g + 2\Delta}}$$

# Спин-орбитальное расщепление спектра электронов на уровне Ферми в гетероструктурах InAs/AlSb (без обменного взаимодействия)

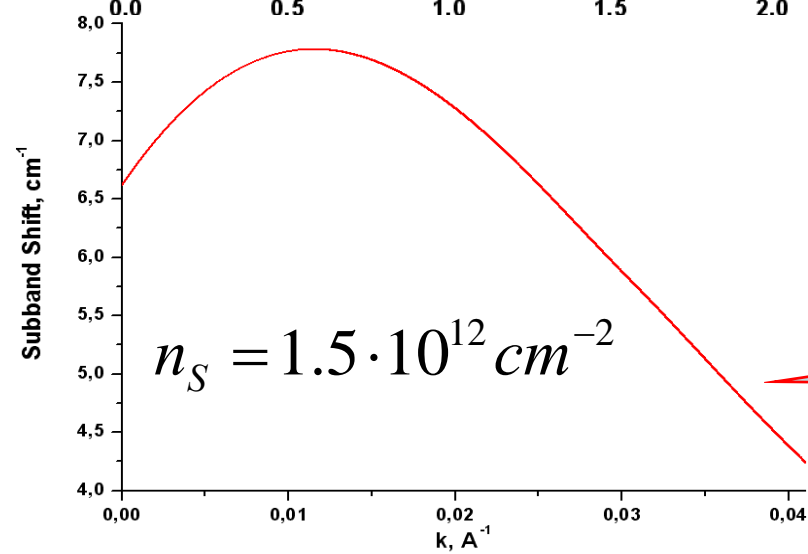
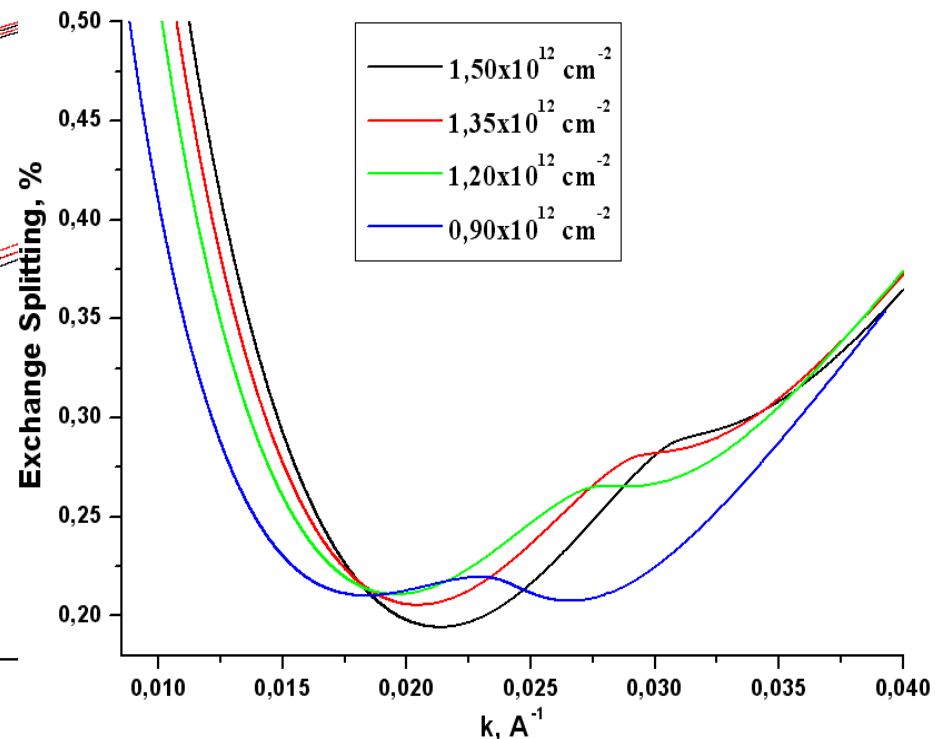
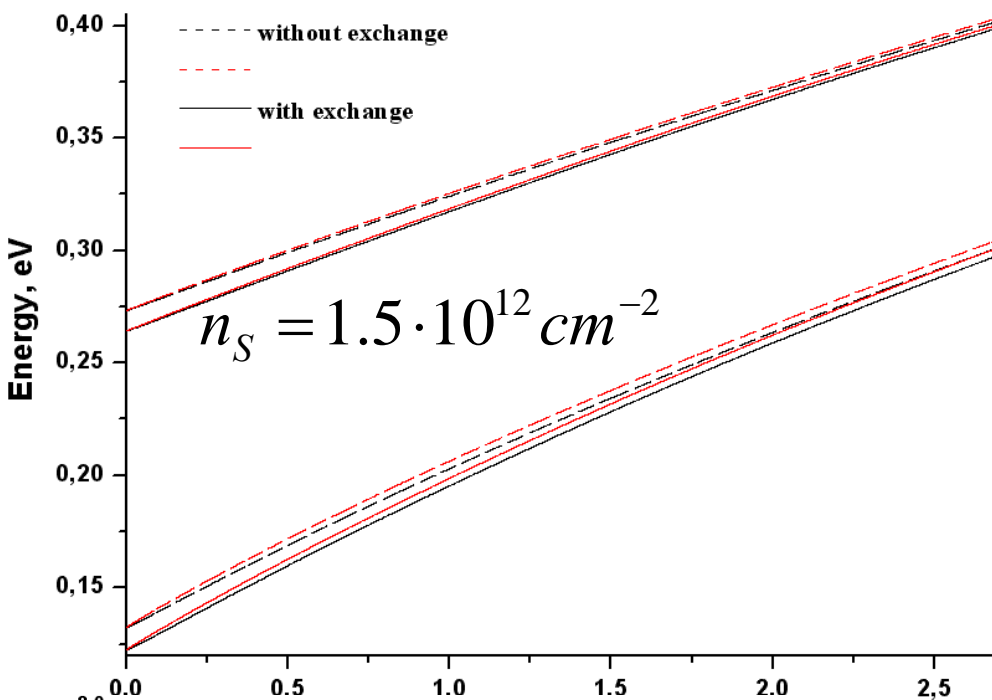


# Константа Рашбы для электронов в КЯ AlSb/InAs/AlSb от концентрации





# Влияние обменного взаимодействия на энергетический спектра в КЯ



Обменное взаимодействие увеличивает расстояние между подзонами размерного квантования