Магнитотранспортные свойства неупорядоченных сверхпроводников

Копасов А. А.

Институт физики микроструктур РАН

5 ноября 2015 г.

План доклада

1. Теория Гинзбурга – Ландау.
2. Теорема Андерсона.
3. Мезоскопические флуктуации.
3. Шум в константе связи.
4. Флуктуации эффективной массы.
5. Случай сильного беспорядка.

Вблизи $\mathbf{T_{c0}}$ в чистом пределе $\underline{\hbar/p_F \ll \xi_0 \ll l}$ (l - длина свободного пробега):

$$\boxed{\xi_0^2 \left(i\nabla + \frac{2\pi}{\Phi_0}\mathbf{A} \right)^2 \psi(\mathbf{r}) = \left(1 - \frac{T_c}{T_{c0}} \right) \psi(\mathbf{r})} \ . \qquad (1)$$

Концентрация примесей $\uparrow \Rightarrow$ грязный предел $\underline{\xi_0 \gg l \gg \hbar/p_F}$.
Уравнение (1) имеет тот же вид в грязном пределе! Лишь перенормировка коэффициентов!

$$\xi_{0_{dirty}} \sim \sqrt{\xi_0 l} \sim \sqrt{D} \ , \qquad (2)$$

где $D = v_F l/3$ - коэффициент диффузии.

$$\lambda^2_{dirty}(T) \sim \lambda^2(T) \frac{\xi_0}{l} \ . \qquad (3)$$

Магнитотранспортные характеристики – нижнее поле

$$H_{c1} = \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda^2} \ln \frac{\lambda}{\xi} \ , \qquad (4)$$

<u>верхнее критическое поле:</u>

$$H_{c2} = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi^2} \ . \qquad (5)$$

$l \downarrow \Rightarrow H_{c2} \uparrow$, $H_{c1} \downarrow$.

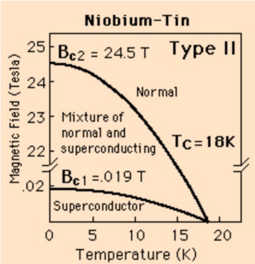

Рис. 1: Фазовая диаграмма сплава NbTn [Rohlf, James William, Modern Physics from a to Z0, Wiley (1994)]

Слабый беспорядок: $k_F l \gg 1$, где l - длина свободного пробега.

Теорема Андерсона

Слабый беспорядок слабо влияет на термодинамические свойства сверхпроводников в нулевом магнитном поле.

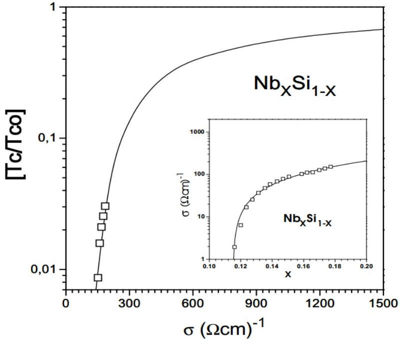

Рис. 2: Зависимость T_c от статической проводимости σ для аморфного сплава $Nb_x Si_{1-x}$. Также представлена зависимость статической проводимости σ как функция концентрации Nb.
[Hertel G. et al., Phys. Rev. Lett. **50**, 743 (1983)]

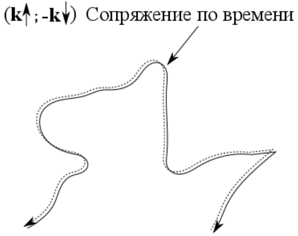

Рис. 3: Доказательство теоремы Андерсона.

Мезоскопические флуктуации [Spivak B. and Fei Zhou, Phys. Rev. Lett. **74**, 2800 (1995)]

Геометрия: сверхпроводящая пленка толщиной $L_z \ll \xi_0 = \sqrt{D/T_c(0)}$.
Уравнение самосогласования:

$$\Delta(\mathbf{r}) = \alpha \int d\mathbf{r}' K(\mathbf{r},\mathbf{r}')\Delta(\mathbf{r})' \ , \qquad (6)$$

$$K(\mathbf{r},\mathbf{r}') = T \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_\varepsilon(\mathbf{r},\mathbf{r}')G_{-\varepsilon}(\mathbf{r},\mathbf{r}') \ . \qquad (7)$$

Теория возмущений по $\underline{\hbar/p_F l}$ ($\delta H_{c2} = H_{c2} - H_{c2}^0$):

$$\frac{\delta H_{c2}}{H_{c2}^0} = \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \delta K(\mathbf{r},\mathbf{r}', H_{c2}^0 + \delta H_{c2})\Delta_0(\mathbf{r})\Delta_0(\mathbf{r}') \ , \qquad (8)$$

$$\Delta_0(\mathbf{r}) = B \exp\left[-\left(\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}{L_{H_{c2}^0}}\right)^2\right] \ . \qquad (9)$$

Ответы:

$$\sqrt{\langle(\delta H_{c2})^2\rangle}/H_{c2}^0 = \gamma^{1/2} e^2/\hbar G_H \ , \qquad (10)$$

$$\boxed{\delta H^* = H_{c2}^0 (e^2/\hbar G_H)^2} \quad (L_0 \gg L_{\delta H^*}). \qquad (11)$$

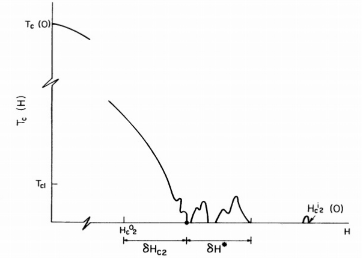

Рис. 4: Качественный вид $T_c(H)$ в мезоскопических образцах.

Шум в константе связи [L. B. Ioffe and A. I. Larkin, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **81**, 707-718 (1981)]

Модель:

$$1/g = \langle 1/g \rangle + g_1, \quad \langle g_1(\mathbf{r}) g_1(\mathbf{r}') \rangle = \gamma \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \ . \tag{12}$$

Малые области с критической температурой T_{cd}:

$$\gamma = [(T_{cd} - T_{cm})/T_{cm}]^2 v_d^2 n \ , \tag{13}$$

где v_d - объем кластера, n - концентрация кластеров.

Область $\mathbf{T < T_{c0}}$
[A. I. Larkin and Yu. N. Ovchinnikov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 65, 1704 (1973)]:

$$\delta\tau = \gamma^2 T^3 / D^3 \ . \tag{14}$$

Здесь $\tau = (T - T_{c0})/T_{c0}$.
Область $\mathbf{T > T_{c0}}$:

$$T_c - T_{c0} = T\delta\tau \frac{1}{170} \ln^2 \frac{\alpha}{\ln \nu\gamma T} \ , \tag{15}$$

где $\alpha = 0.89$ для $d = 3$, $\alpha = 0.95$ для $d = 2$, $\nu = 0.9$ для $d = 3$, $\nu = 1.3$ для $d = 2$.

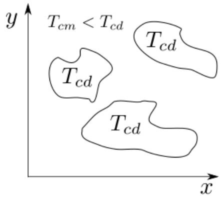

Рис. 5: Сверхпроводящие капли с T_{cd} в матрице сверхпроводника с T_{cm}.

Грязный предел: $(m^*)^{-1} \sim D$.
1. Локальные флуктуации в числе примесей $n_i = n_i(\mathbf{r})$ (дефекты локализованные и протяженные).
$n_i(\mathbf{r}) \Rightarrow l = l(\mathbf{r}) \Rightarrow D = D(\mathbf{r})$.
2. Флуктуации ориентации оси c в сверхпроводящих пленках относительно $\mathbf{H}$.

$$m_y(y) = \left[\frac{\cos^2\alpha(y)}{m_{y'}} + \frac{\sin^2\alpha(y)}{m_{z'}}\right]^{-1}, \quad m_z(y) = \left[\frac{\sin^2\alpha(y)}{m_{y'}} + \frac{\cos^2\alpha(y)}{m_{z'}}\right]^{-1}. \quad (16)$$

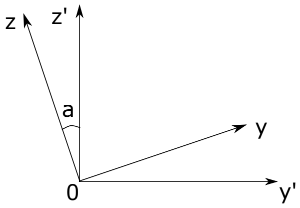

Рис. 6: Иллюстрация, поясняющая выражение (16).

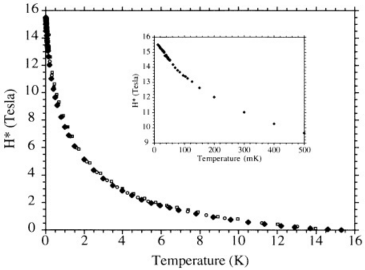

Рис. 7: $H_{c2}(T)$ в $Tl_2Ba_2CuO_6$.
[Mackenzie A. P. et al., Phys. Rev. Lett. **71**, 1238 (1993)]

Флуктуации эффективной массы (некоторые результаты)

[V. M. Galitski and A. I. Larkin, Phys. Rev. Lett. **87**, 087001 (2001)]

$$\boxed{D(\mathbf{r}) = \overline{D} + \delta D(\mathbf{r}) \ , \quad \overline{\delta D(\mathbf{r}) D(\mathbf{r}')} = \overline{D}^2 d^2 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')} \ . \tag{17}$$

Совместно с Д. А. Савиновым и А. С. Мельниковым:

$$\boxed{D(\mathbf{r}) = \overline{D} + \delta D(\mathbf{r}) \ , \quad \overline{\delta D(\mathbf{r}) D(\mathbf{r}')} = \frac{\overline{D}^2 d^2}{\ell_c^2} \exp(-|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/\ell_c^2)} \ . \tag{18}$$

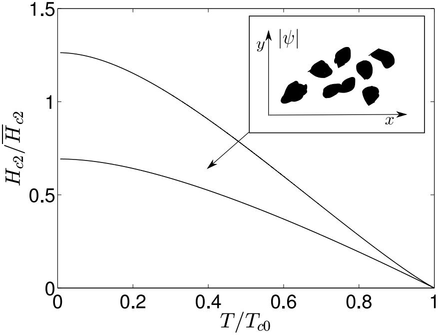

Рис. 8: Область относительных флуктуаций H_{c2} как функция температуры для $d = 3\overline{\xi}_0$, $\ell_c = \overline{\xi}_0$.

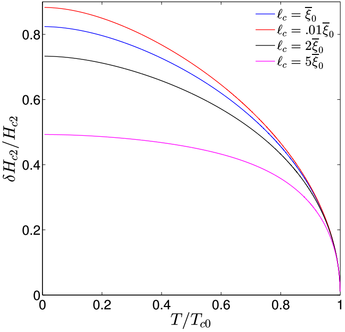

Рис. 9: Зависимость относительных флуктуаций H_{c2} от температуры T для $d = 3\overline{\xi}_0$.

Локализация

Сильный беспорядок: $k_F l \sim 1$.

$$\sigma \approx \sigma_c \left| \frac{E_F - E_c}{E_c} \right|^{(d-2)\nu}, \qquad (19)$$

где $\sigma_c \approx e^2 p_F / 3\pi^2 \hbar^2$, E_c – порог подвижности.

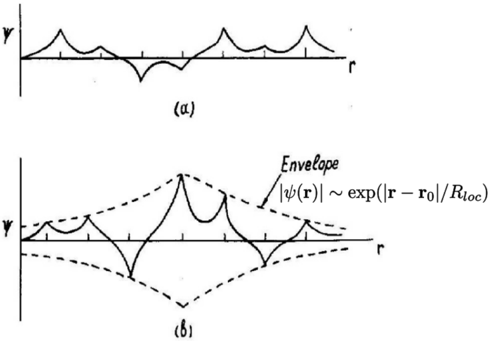

Рис. 10: Схематичное изображение электронных волновых функций в неупорядоченной среде: (a) – делокализованное состояние. (b) – локализованное состояние.
[M. V. Sadovskii, Superconductivity and localization, World Scientific (2000)]

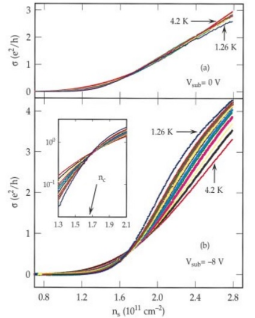

FIG. 1(color). Conductivity σ of sample 5 as a function of n_s for $T = 4.2$, 3.6, 3.2, 2.8, 2.5, 2.3, 2.08, 1.93, 1.79, 1.67, 1.57, 1.26 K and (a) $V_{sub} = 0$ V, (b) $V_{sub} = -8$ V. In (a), σ decreases for all n_s as T is lowered. In (b), σ increases as T goes down for all $n_s > n_c$. The inset shows the same data around n_c with σ on a logarithmic scale.

Рис. 11: [Popovic D, et al., Phys. Rev. Lett. **79**, 1543 (1997)]

Локализация & сверхпроводимость [L. N. Bulaevskii, M. V. Sadovskii JLTP, 59 (1985)]

По сути обратные явления!
Вблизи $\mathbf{T_{c0}}$:

$$F_s = F_n + A|\Delta|^2 + \frac{1}{2}B|\Delta|^4 + C|(\nabla - \frac{2ie}{\hbar c}\mathbf{A})\Delta|^2 \tag{20}$$

$$\boxed{C \approx \begin{cases} \frac{\pi}{8T_c}N(E_F)D; & R_l < (\xi_0 l^2)^{1/3};\, E_F > E_c \\ N(E_F)\left(\frac{D_0 l}{T_c}\right)^{2/3} \sim N(E_F)(\xi_0 l^2)^{2/3}; & R_l > (\xi_0 l^2)^{1/3};\, E_F \gtrless E_c \\ N(E_F)R_l^2 \ln\frac{1.78D}{\pi T_c R_l^2}; & R_l < (\xi_0 l^2)^{1/3};\, E_F < E_c \end{cases}} \tag{21}$$

Здесь $D = D_0(k_F R_l)^{-1}$, $R_l \approx (1/k_F)|(E_F - E_c)/E_c|^{-\nu}$.

Уравнение самосогласования:

$$\ln T/T_c = \pi T \sum_{\varepsilon_n}\left\{\frac{1}{|\varepsilon_n| + \tilde{D}(2|\varepsilon_n|)\pi H/\Phi_0} - \frac{1}{|\varepsilon_n|}\right\}, \tag{22}$$

$$\frac{\tilde{D}(\omega_m)}{D_0} = 1 - \frac{\lambda}{\lambda_c} - \frac{\pi}{2}\frac{\lambda}{\lambda_c}\left[\frac{D_0}{\tilde{D}(\omega_m)}\omega_m\tau\right]^{1/2}, \tag{23}$$

где $\lambda = (2\pi E_F\tau)^{-1}$, $\lambda_c = (2\pi E_c\tau)^{-1}$.

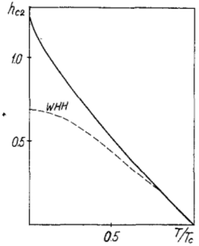

Рис. 12: Вычисленная зависимость $h_{c2}(T)$.

Спасибо за внимание!

Статистическая сумма:

$$Z = \mathrm{tr}\left\{\exp\left(-\frac{\hat{H}}{T}\right)\right\} \ . \tag{24}$$

Вычисление следа разделяется на суммирование по "быстрым"электронным степеням свободы и последующее функциональное интегрирование по всевозможным конфигурациям "медленных"волновых функций *флуктуационных куперовских пар* $\Psi(\mathbf{r})$:

$$Z = \int \mathcal{D}^2\Psi(\mathbf{r})\mathcal{Z}\left[\Psi(\mathbf{r})\right] \ , \tag{25}$$

$$\mathcal{Z}\left[\Psi(\mathbf{r})\right] = \exp\left(-\frac{\mathcal{F}[\Psi(\mathbf{r})]}{T}\right) \ . \tag{26}$$

Часть гамильтониана системы, связанная с наличием *флуктуационных куперовских пар*:

$$\mathcal{F}[\Psi(\mathbf{r})] = F_N + \int dV\left\{a|\Psi(\mathbf{r})|^2 + \frac{b}{2}|\Psi(\mathbf{r})|^4 + \frac{1}{4m}|\nabla\Psi(\mathbf{r})|^2\right\} \ . \tag{27}$$

Вопрос: где находятся пределы применимости теории Гинзбурга–Ландау?
Исторически первый критерий:

$$\boxed{\frac{\delta T}{T_c} \sim \mathrm{Gi}_{(D)}}\,. \tag{28}$$

$\mathrm{Gi}_{(D)}$ - параметр Гинзбурга – Леванюка (область критических флуктуаций).
$\mathrm{Gi}_{(2)}^{(d)} \approx 1/23G_{\square}$, где $G_{\square} = \hbar/e^2 R_{\square}$.

Таблица 1: Значение числа Гинзбурга – Леванюка для различных сверхпроводящих систем

$\mathrm{Gi}_{(3)}$	$\mathrm{Gi}_{(2)}$
$80(T_c/E_F)^4$, (c) $(1.6/(p_F l)^3)(T_c/E_F)$, (d)	(T_c/E_F), (d) $0.27/p_F l$, (d) $1.3/p_F^2 ld$, (d) film
$\mathrm{Gi}_{(1)}$	$\mathrm{Gi}_{(0)}$
0.5, (d) $1.3(p_F S)^{-2/3}(T_c\tau)^{-1/3}$, (d) wire $2.3(p_F^2 S)^{-2/3}$, (d) whisker	$13.3(T_{c0}/E_F)\sqrt{\xi_0^3/V}$