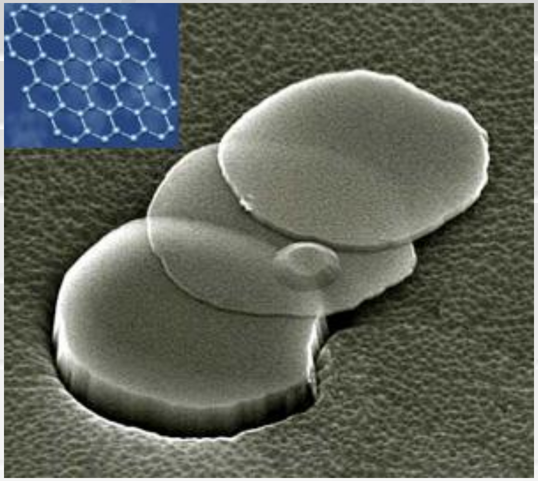
Учреждение Российской академии наук
Институт физики микроструктур РАН

Образовательный семинар
Эффект близости в графене



Аспирант ИФМ РАН
Хаймович Иван,

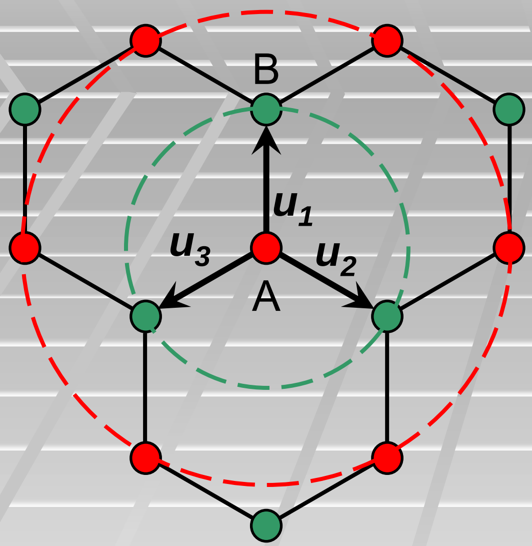
Научный руководитель
д.ф.-м.н. Мельников А.С.
ИФМ РАН

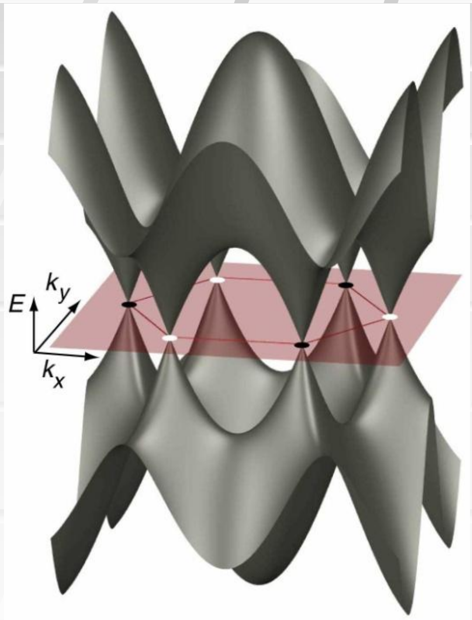
Нижний Новгород
2009 г.

План доклада

- Общие сведения о графене
  - Зонная структура
  - Сверхпроводимость
  - Уравнения Дирака-Боголюбова-де Жена
- Граничные условия
  - Общие граничные условия
  - Zigzag
  - Arm-chair
  - Другие типы
  - Граница со сверхпроводником
- Уровни Ландау в графене
- Транспорт в SG-структуре
  - Баллистический SGS без магнитного поля
  - Идея транспорта в магнитном поле
  - Зависимость от долинного индекса первого плато КЭХ
- Выводы и перспективы

Общие сведения о графене

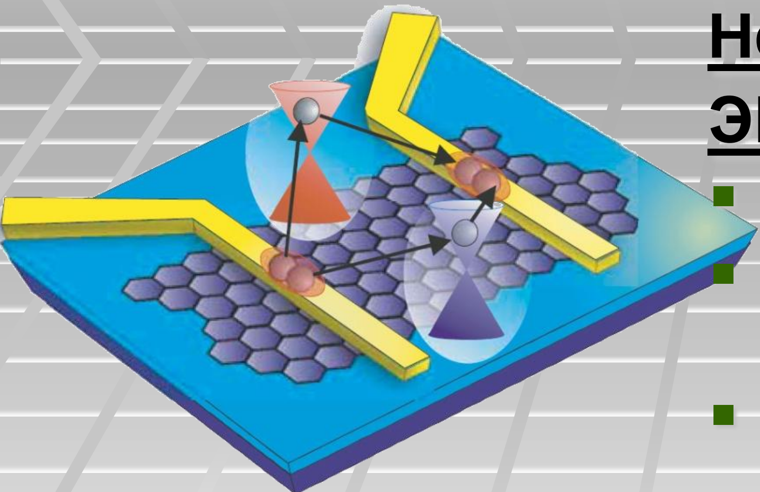




- Графен – одна плоскость графита, бесщелевой п/п
- 1947 – Wallace: зонная структура графена как части графита
- 2004 – Novoselov, Geim получение стабильной плёнки графена (на подложке $Si0_2$)
- Гексогональная решётка с базисом, 2 подрешётки A и B
- Нет запрещённой зоны
- Линейная дисперсия энергии вблизи соприкосновения зон
- 2 конические точки K^+ и K^-

$$E = \hbar v_F k$$

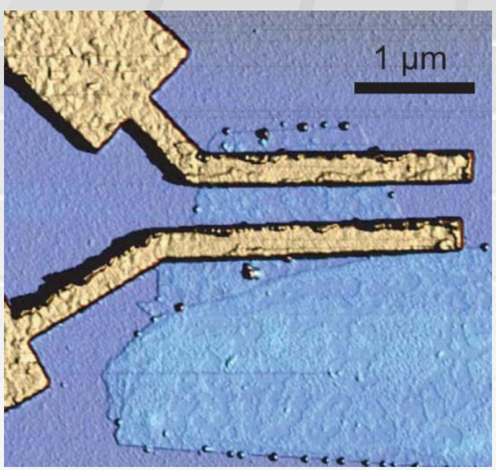
Сверхпроводимость в графене

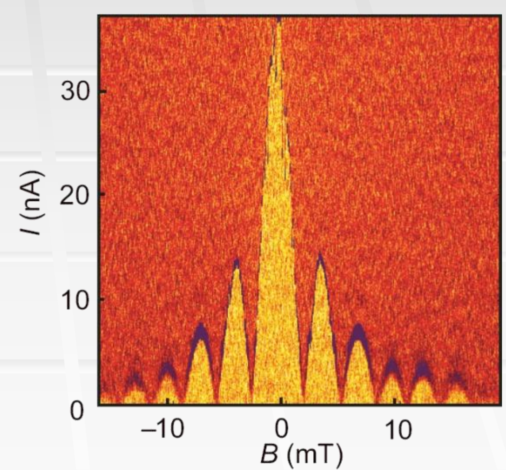


<u>Heersche, Jarillo-Herrero (March 2007)</u>

<u>ЭКСПЕРИМЕНТ</u>

- 1 атомный слой графена на $Si0_2$
- Сверхпроводящие электроды: Ti/Al (10/70 nm)
- Эффект поля: изменение энергии Ферми под действием напряжения на затворе
- Эффект Джозефсона в графене

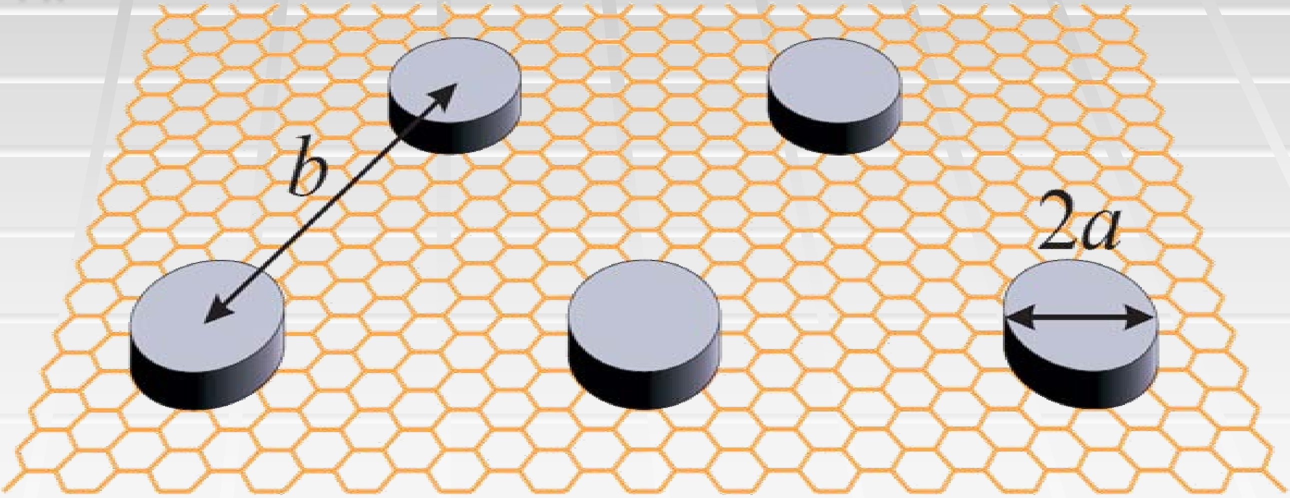




Сверхпроводимость в графене

Фейгельман, Скворцов, Тихонов (October 2008) - ТЕОРИЯ

- Малые сверхпроводящие островки в графене
- Коллективный эффект близости с критической температурой порядка нескольких К.



Подробнее

Уравнения Дирака – Боголюбова – де Жена в графене

Одночастичные электронные уравнения

$$H\begin{pmatrix}\Psi_+\\ \tilde{\Psi}_-\end{pmatrix}=\varepsilon\begin{pmatrix}\Psi_+\\ \tilde{\Psi}_-\end{pmatrix}$$

$$H\ \ A\ =v_F\ \ \tau_0\otimes\boldsymbol{\sigma}\ \left(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A}\right)$$

$\boldsymbol{\sigma}=\ \sigma_x,\sigma_y$ - вектор-матрица Паули в пространстве подрешёток

$$\Psi_+=\ \psi_+^A,\psi_+^B\ \ ,\ \tilde{\Psi}_-=\ -\psi_-^B,\psi_-^A$$

Учёт сверхпроводимости в графене (уравнения ДБдЖ)

$$\begin{pmatrix}H-\mu & \Delta\\ \Delta^* & \mu-THT^{-1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u\\ v\end{pmatrix}=\varepsilon\begin{pmatrix}u\\ v\end{pmatrix}$$

$$T=-\ \ \tau_y\otimes\sigma_y\ \ C$$

$$TH\ \ \mathbf{A}\ \ T^{-1}=H\ \ -\mathbf{A}$$

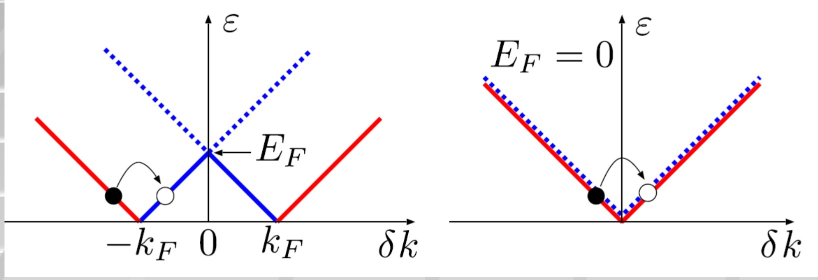
$$u=\ u_+^A,u_+^B,-u_-^B,u_-^A\ \ ,\qquad v=\ v_-^A,v_-^B,-v_+^B,v_+^A$$

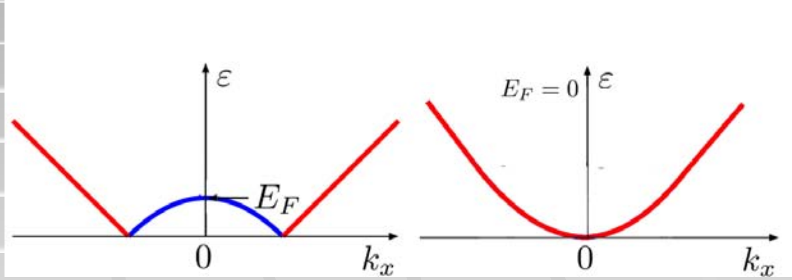
Симметрии уравнений

Уравнения Дирака – Боголюбова – де Жена в графене.
Сравнение с 2d e-газом.

Сравнение с двумерным электронным газом

- Квазичастицы и их спектры в нормальном состоянии

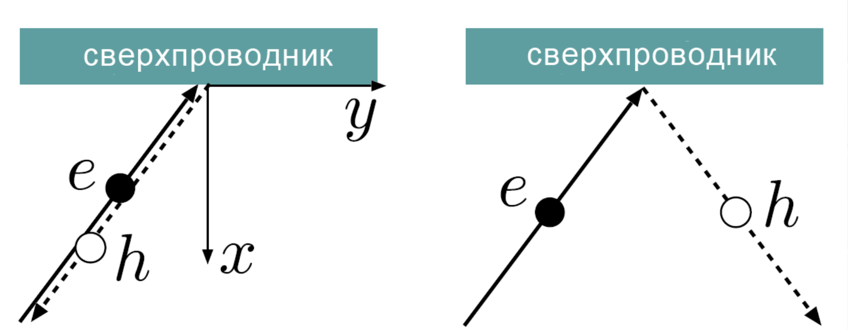




Графен

Двумерный электронный газ

- Особенности Андреевского отражения

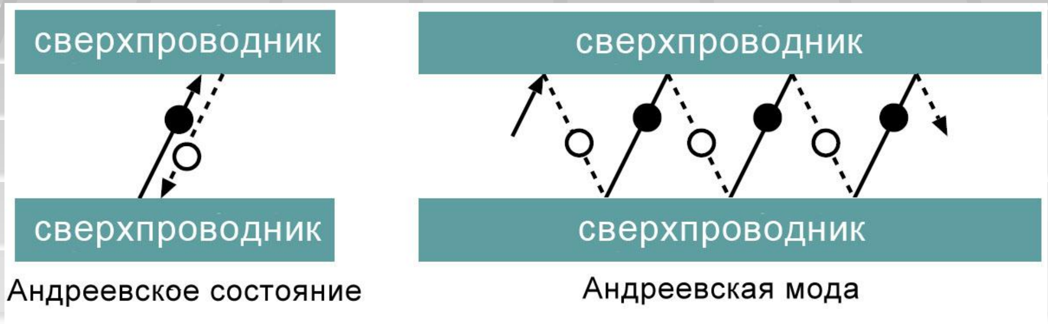


Андреевское отражение

Зеркальное Андреевское отражение

Уравнения Дирака – Боголюбова – де Жена в графене.
Сравнение с 2d e-газом.

- Андреевское состояние
  и
- распространяющаяся Андреевская мода



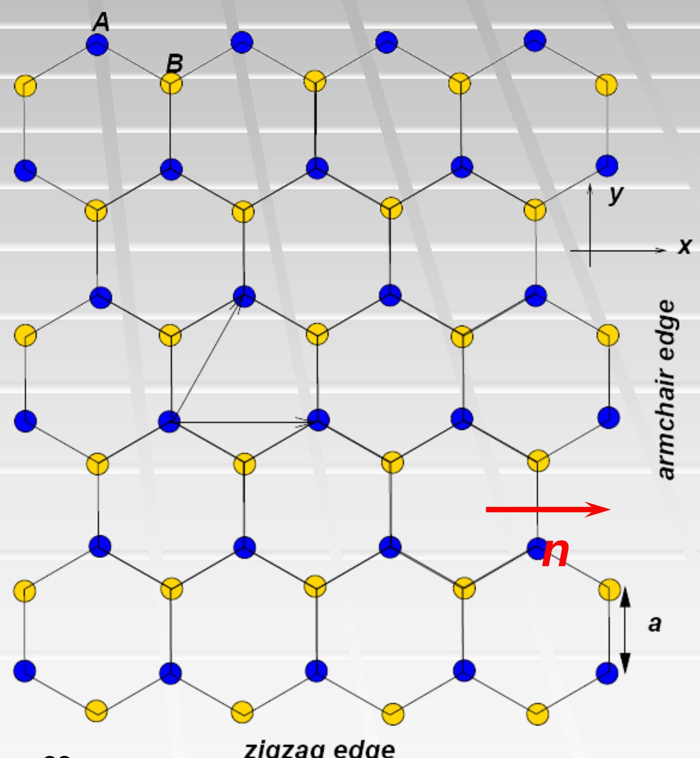
- Беззарядовый термотранспорт в джозефсоновском контакте, зависящий от разности фаз берегов

Общие граничные условия на GI-границе

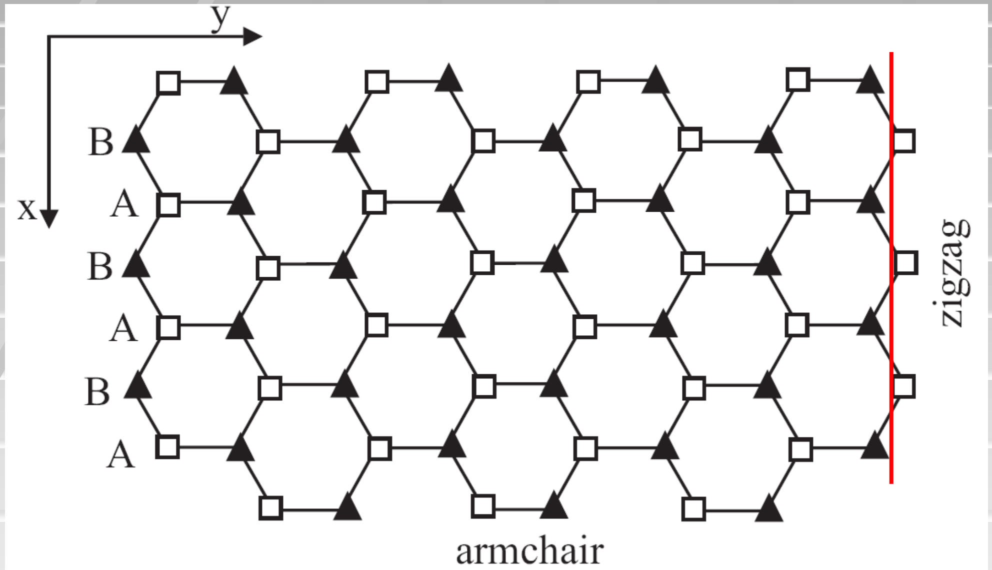
Общие граничные условия, не нарушающие симметрию обращения времени, без квазичастичного тока через границу

$$\boxed{\Psi\big|_S = \mathbf{v}\hat{\boldsymbol{\tau}} \quad \mathbf{n}_\perp \hat{\boldsymbol{\sigma}} \; \Psi\big|_S}$$

$$\mathbf{v} \in \Re^3 \qquad \mathbf{n}_\perp \perp \mathbf{n}$$



Граничные условия типа “zigzag”

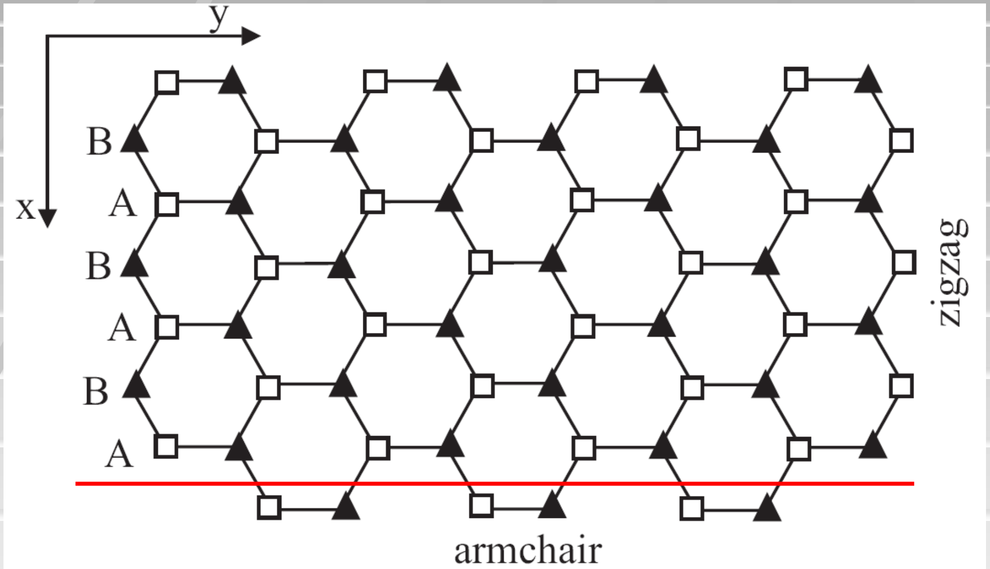


Доопределение на отсутствующих узлах решётки:

$$\Psi^{A}\Big|_{S}=0$$

$$\boxed{u_{+}^{A}\Big|_{S}=v_{-}^{A}\Big|_{S}=0}$$

Граничные условия типа "arm-chair"



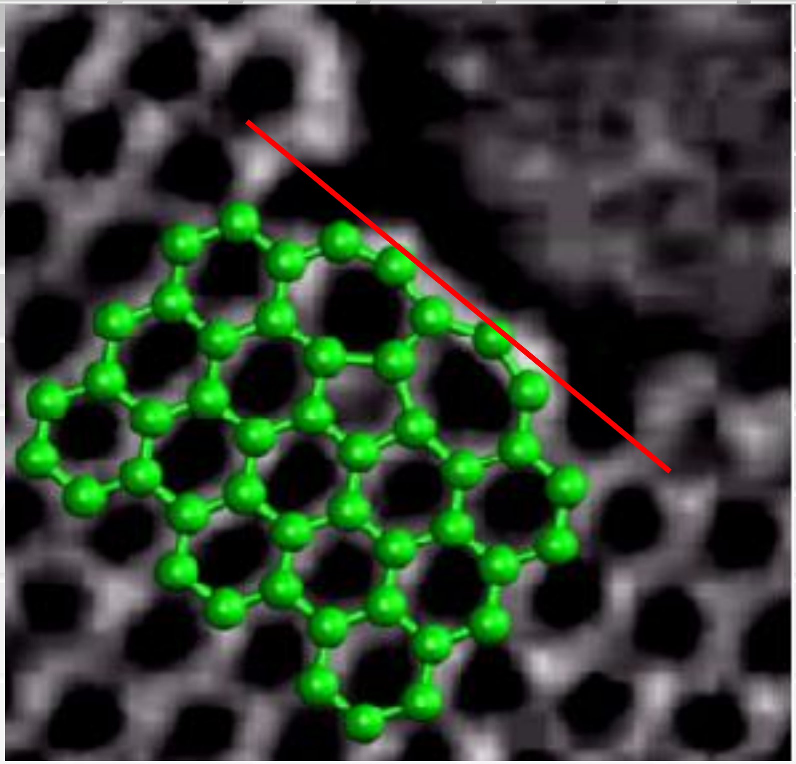
Запутывание функций разных долин на границе:

$$\left. u_+ e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}} + u_- e^{-i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}} \right|_S = 0$$

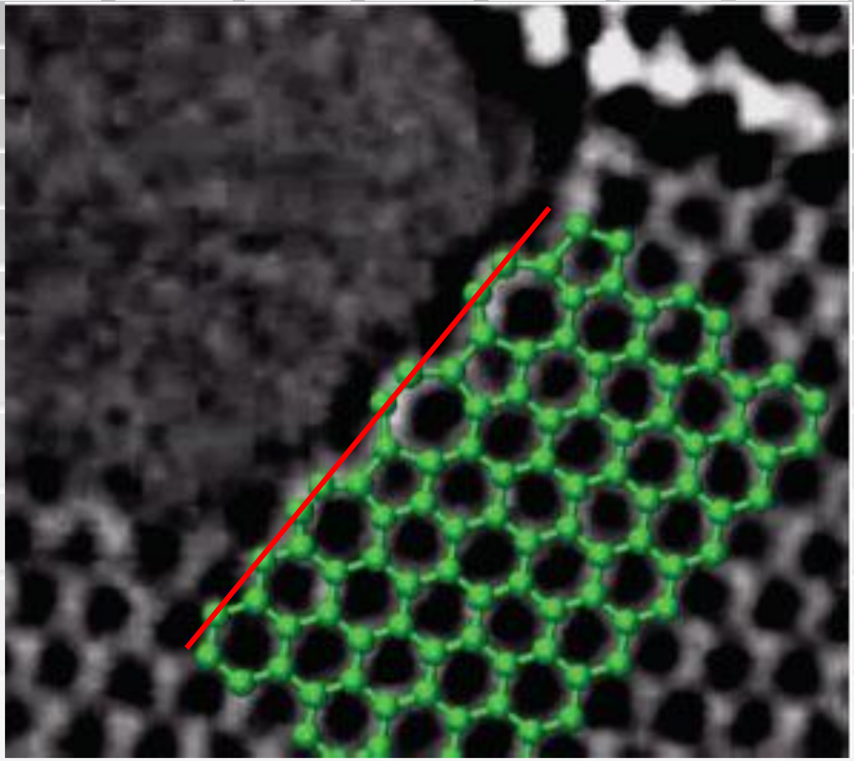
Другие типы граничных условий

Koskinen, Malola, Häkkinen
PRB **80**, 073401 (2009)

Реконструированные семиугольниками arm-chair

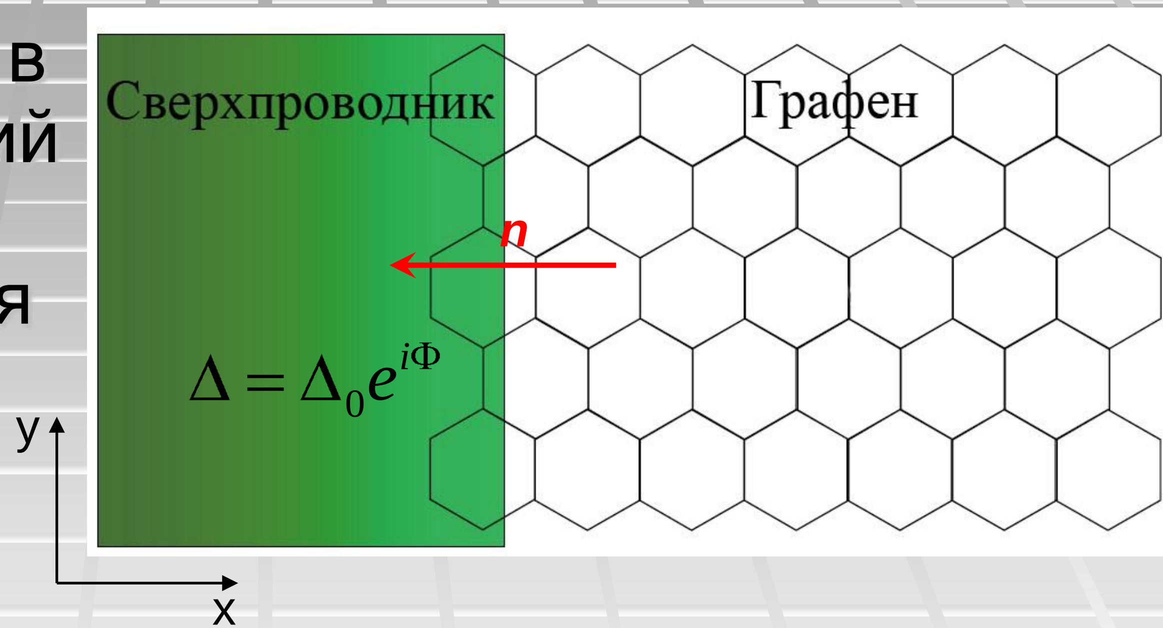


Реконструированные zigzag



Граничные условия на границе со сверхпроводником

Проникновение в сверхпроводящий графен без магнитного поля



$$\Psi_S^{\pm} \propto e^{iqy \pm ik_0 x + \kappa x}$$

Условие непрерывности

$$\boxed{v\big|_S = \tau_0 \otimes e^{-i\Phi - i\beta \cdot \mathbf{n\sigma}} u\big|_S}$$

$$\beta = \arccos \frac{\varepsilon}{\Delta_0}$$

Спектр графена в магнитном поле (Уровни Ландау)

Уровни Ландау уравнения Шредингера

$$\Psi \quad \mathbf{r} \quad = \phi_n \quad X \quad e^{iqy} \qquad \text{где}\ \phi_m \quad x \quad = e^{x^2/2} \quad -1 \quad ^m \partial_x^m \quad e^{-x^2}$$

$$\boxed{\varepsilon_n^0 \quad \mu \quad = \hbar\omega_L \left(n + \frac{1}{2} \right) - \mu}$$

Уровни Ландау в графене (уравнение Дирака)

$$\boxed{\varepsilon_n \quad \mu \quad = \frac{\hbar v_F}{L_H} \operatorname{sgn} \quad n \quad \sqrt{2|n|} - \mu} \boxed{\propto \sqrt{|n|}\,!!!}$$

$$\Psi \quad \mathbf{r} \quad = e^{iqy} \begin{pmatrix} \phi_{|n|} \quad x \\ -i \operatorname{sgn} \quad n \quad \phi_{|n|-1} \quad x \end{pmatrix} \qquad L_H = \sqrt{\frac{\hbar c}{eH}}$$

Спектр графена в магнитном поле (Уровни Ландау)

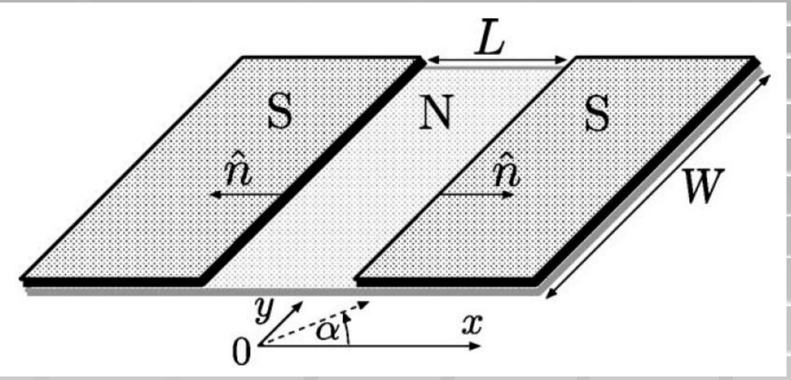
<u>Циклотронная масса в уравнении Шредингера</u>

$$\boxed{m_c = \frac{\hbar^2}{2\pi}\frac{\partial S_k}{\partial \varepsilon}\frac{\varepsilon}{} = const(\varepsilon)}$$

Циклотронная масса в графене (уравнение Дирака)

$$m_c = \frac{\hbar^2}{2\pi}\frac{\partial S_k}{\partial \varepsilon}\frac{\varepsilon}{} = \frac{\varepsilon}{v_F^2} \propto \sqrt{n}!!!$$

Баллистический SGS-контакт без магнитного поля



Titov, Beenakker
PRB **74**, 041401(R) (2006)

Формула Ландауэра

$$I_c = \frac{e\Delta_0}{\hbar}\sum_{n=1}^{N}\left|T_n\right|^2$$

Ток в конической точке зависит от длины контакта:

- Экспоненциальный эффект близости

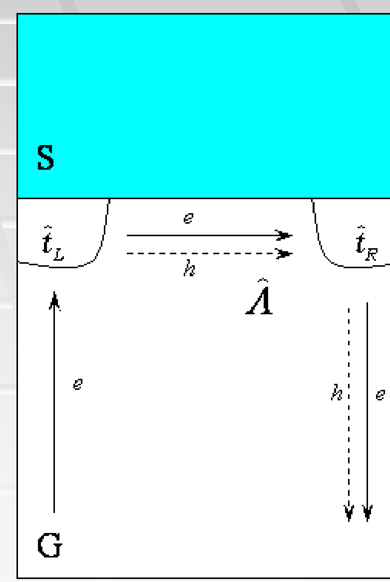
Формула Ландауэра вдали от конической точки

$$\boxed{I_c \simeq \frac{e\Delta_0}{\hbar}\max(W/L, 2\pi W/\lambda_F)}$$

Идея транспорта вдоль неоднородной границы

- Транспорт вдоль однородной части границы как транспорт вдоль однородной границы.
- Токонесущие моды = нулевые мод краевых спектров.
- «e-состояния» положительные волновые числа *Q*, «h-состояния» — отрицательные.
- Неоднородности => матрицы рассеяния.
- Размер матриц = числу мод.
- *S* – *N* граница: проводимость в линейном приближении

Akhmerov, Beenakker, PRL **98**, 157003 (2007)

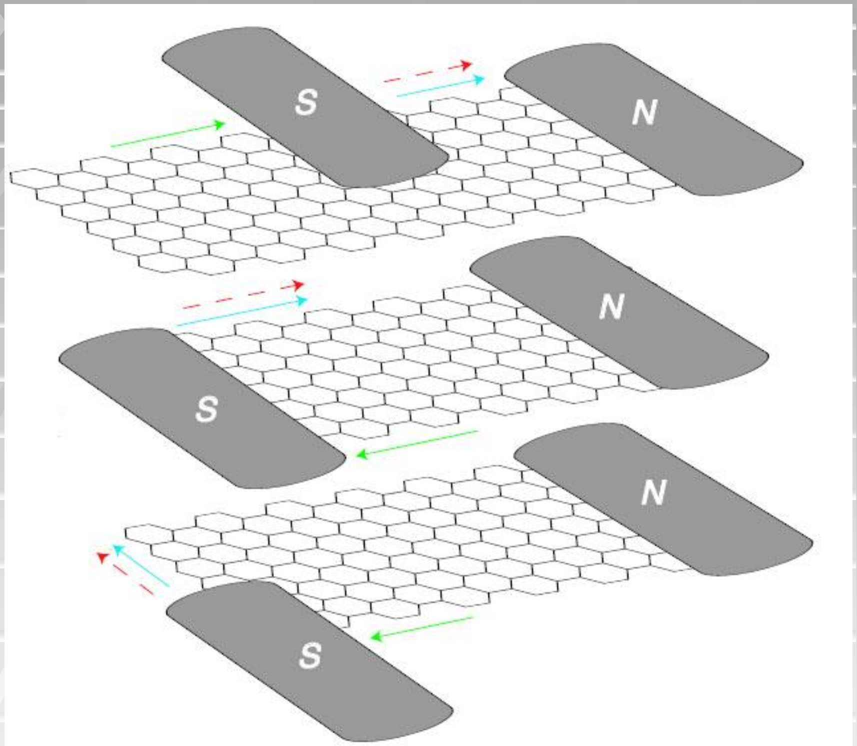


$$G_{NS} = \frac{e^2}{\pi\hbar}\mathrm{Sp}\ \hat{I} - \hat{T}_{ee}^{+}\hat{T}_{ee} + \hat{T}_{eh}^{+}\hat{T}_{eh} \quad = \frac{2e^2}{\pi\hbar}\mathrm{Sp}\ \hat{T}_{eh}$$

$$\hat{T} = \begin{pmatrix} \hat{T}_{ee} & \hat{T}_{he} \\ \hat{T}_{eh} & \hat{T}_{hh} \end{pmatrix} \qquad \hat{T} = \hat{t}_R \hat{\Lambda} \hat{t}_L \qquad \hat{\Lambda} = e^{i\hat{K}}$$

$$\hat{K} = \mathrm{diag}\ -k_N L, \ldots, -k_1 L, k_1 L, \ldots, k_N L$$

Зависимость кондактанса от долинного индекса (изоспина)



Akhmerov, Beenakker
PRL **98,** 157003 (2007)

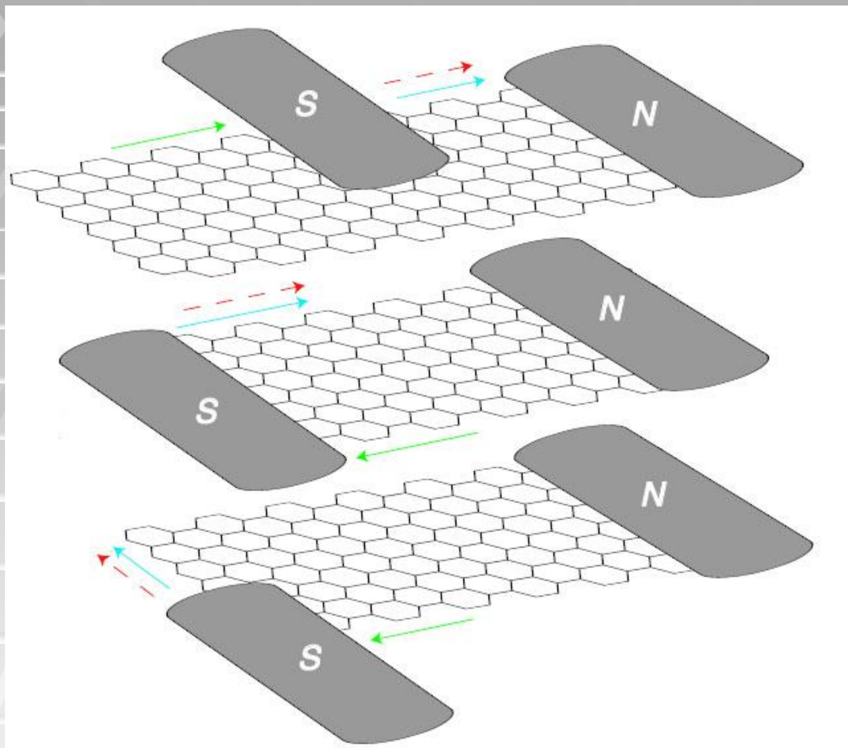
Без учёта междолинного рассеяния проводимость SG-системы (1ое плато КЭХ) существенно зависит от изоспина (долинного индекса):

$$G_{\mathrm{NS}} = \frac{2e^2}{h}(1 - T_{ee} + T_{he}) = \frac{4e^2}{h} T_{he}$$

$$T_{he} = 1 - T_{ee} = \frac{1}{2}(1 - \boldsymbol{\nu}_1 \cdot \boldsymbol{\nu}_2)$$

Нулевое значение при одинаковых индексах!!

Зависимость кондактанса от долинного индекса (изоспина)



неопубликованное

Учёт междолинного рассеяния показывает, что проводимость SG-системы остаётся конечной:

$$\boxed{G_{NS}=\frac{4e^2}{h}\left(2\sqrt{\tau\;\;1-\tau}\;\cos\Theta\sin\;\;a+b\;\;+\;\;1-2\tau\;\;\sin\frac{\Theta}{2}\right)^2}$$

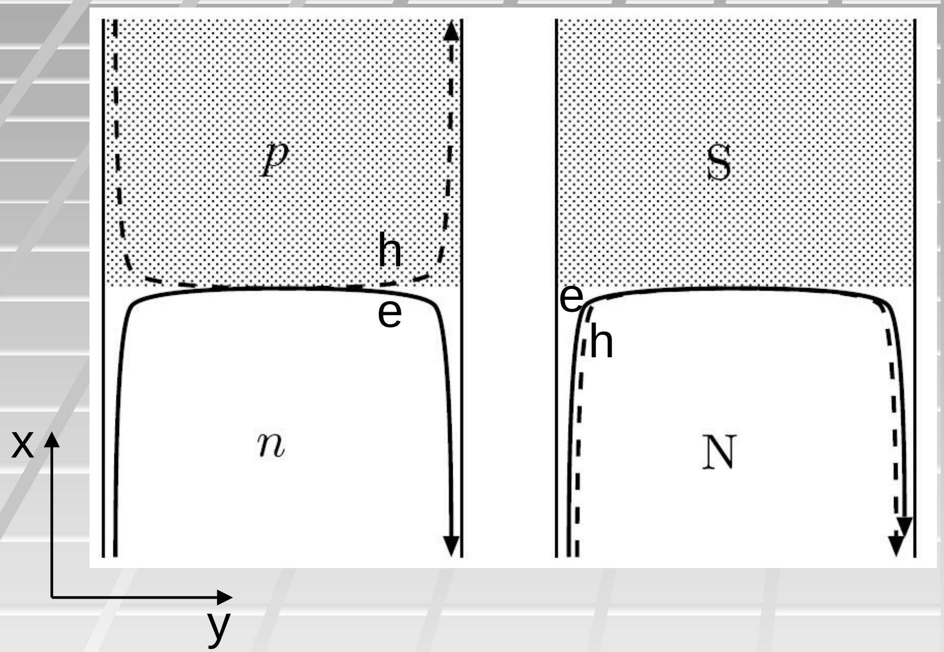
$$t_{ee}=e^{ia}\sqrt{\tau}$$

$$t_{eh}=e^{ib}\sqrt{1-\tau}$$

$$\cos\Theta=\;\;\mathbf{v}_1,\mathbf{v}_2$$

Аналогия между полу- и сверхпроводящими структурами

Tworzydlo, Snyman, Akhmerov, Beenakker, PRB **76**, 035411 (2007).



Связь между SG-контактом и pn-переходом в графене:

- Аналогия через замену координат

$$\Psi_e(x,y) = \Psi(x,y),$$
$$\Psi_h(x,y) = ie^{-i\Phi}(\sigma_x \otimes \tau_0)\Psi(-x,y)$$

Выводы и перспективы

- Линейный спектр квазичастичных возбуждений в графене и наличие двух долин в зоне Бриллюэна существенно влияют на спектр Ландау и транспорт в SG-контакте в магнитном поле.

- Двумерная структура графена позволяет возбуждать в нём сверхпроводимость с помощью эффекта близости на больших расстояниях.

- Аналогия в поведении SG-контакта и pn-перехода на основе графена позволяет проецировать сверхпроводящие свойства и особенности SG-контакта на полупроводниковый прибор.

Литература

- K.S. Novoselov et al, Nature 438, 197 (2005).
- C. Honerkamp, Phys. Rev. Lett. 100, 146404 (2008).
- N.B. Kopnin, E.B. Sonin, Phys. Rev. Lett. 100, 246808 (2008).
- A.V. Shytov, Nan Gu, L.S. Levitov arXiv:cond-mat/0708.3081v1
- C.W.J. Beenakker Rev. Mod. Phys. 80, 1337 (2008)
- M. Titov, A. Ossipov, C.W.J. Beenakker, Phys. Rev. B 75, 045417 (2007)
- A.R. Akhmerov C.W.J. Beenakker Phys. Rev. Lett. 98 157003 (2007)
- E. McCann, V.I. Fal'ko J. Phys. Condens. Matter 16 2371 (2004)
- C.W.J. Beenakker, arXiv:cond-mat/0604594v3
- D.A. Abanin, P.A. Lee, L.S. Levitov, Phys. Rev. Lett. 96 176803 (2006)
- D.A. Abanin, P.A. Lee, L.S. Levitov, Solid State Comm. 143, 77-85 (2007)
- G.E. Blonder, M. Tinkham, T.M. Klapwijk, Phys. Rev. B 25 4515 (1982)
- H. Hoppe, U. Zulicke, Gerd Schon, Phys. Rev. Lett. 84, 1804 (2000)