

Министерство образования и науки Российской Федерации

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского  
Национальный исследовательский университет

Учебно-научный и инновационный комплекс  
«Физические основы информационно-телекоммуникационных систем»

Барышева М.М.

Пестов А. Е.

Чхало Н.И.

МНОГОСЛОЙНАЯ ОПТИКА МЯГКОГО РЕНТГЕНОВСКОГО ДИАПАЗОНА  
(Электронное методическое пособие)

Мероприятие 1.2. Совершенствование образовательных технологий, укрепление материально-технической базы учебного процесса

Учебная дисциплина: «Спецпрактикум»

Специальность «Радиофизика и электроника»

Направление: «Радиофизика»

Нижний Новгород

2010

# Многослойная оптика мягкого рентгеновского диапазона

## Аннотация

Работа содержит два задания. Первое состоит в измерении и расшифровке спектра излучения мишени Fe (W, Ti). При выполнении второго снимается отражательная характеристика предложенного рентгеновского зеркала, определяются его параметры. Измерения проводятся на рентгеновском рефлектометре на базе РСМ-500 в диапазоне длин волн 2–15 нм.

**Цель работы:** ознакомление с механизмами генерации рентгеновского излучения, оптикой рентгеновского диапазона, принципами работы многослойных рентгеновских зеркал.

## I. Рентгеновское излучение

Общее название «рентгеновское излучение» (РИ) охватывает довольно широкий диапазон длин волн. Обычно его подразделяют на ряд поддиапазонов: экстремальное ультрафиолетовое (ЭУФ) —  $\lambda \in 10\text{--}100$  нм, мягкое рентгеновское (МР) —  $\lambda \in 0,3\text{--}10$  нм и жесткое рентгеновское излучение —  $\lambda < 0,3$  нм. Для каждого диапазона есть свои особенности генерации, регистрации и управления пучками. В рамках данной работы мы вначале рассмотрим общие особенности РИ, а затем подробнее остановимся на «мягком» РИ, соответствующих приборах и оптических элементах.

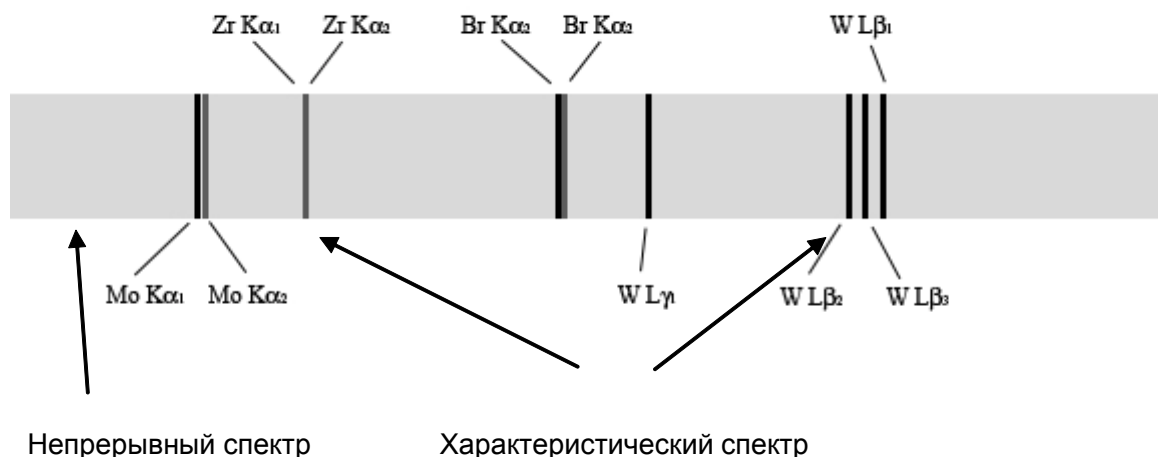


Рис.1. Пример рентгеновского спектра [1].

Спектр рентгеновского излучения характеризуется наличием отдельных узких линий, проявляющихся на фоне сплошного потемнения фотографической пленки (рис. 1.) Линии образуют так называемый линейчатый или характеристический спектр, соответствующие им длины волн характерны для атомов вещества, испускающего этот спектр. Сплошное потемнение — непрерывный (сплошной) спектр, возникающий при торможении быстрых электронов в веществе анода

рентгеновской трубки (см. ниже соответствующий раздел). Оба типа спектра могут быть описаны с помощью довольно простых физических моделей.

## Непрерывный спектр

Непрерывный спектр имеет резкую границу со стороны коротких длин волн, причем при повышении напряжения на рентгеновской трубке эта граница смещается в сторону меньших  $\lambda$ .

Для расчета интенсивности непрерывного спектра рассмотрим движение электрона катодного пучка вблизи атома анода рентгеновской трубки (рис. 2). Если первоначальное направление движения электрона проходит вне электронной оболочки атома, т.е. прицельный параметр  $p$  больше радиуса внешних электронов атома, угол отклонения  $2\Phi_0$  близок к нулю. По мере уменьшения  $p$  и проникновения электрона катодного пучка внутрь электронной оболочки атома, угол отклонения  $2\Phi_0$  растет. Этот процесс может быть описан как движение электрона в поле центральных сил ядра атома с зарядом  $Ze$ . В этом случае электрон приобретает ускорение  $a$ , равное

$$a = \frac{Ze^2}{mr^2}, \quad (1)$$

где  $e$  — заряд электрона,  $m$  — его масса.

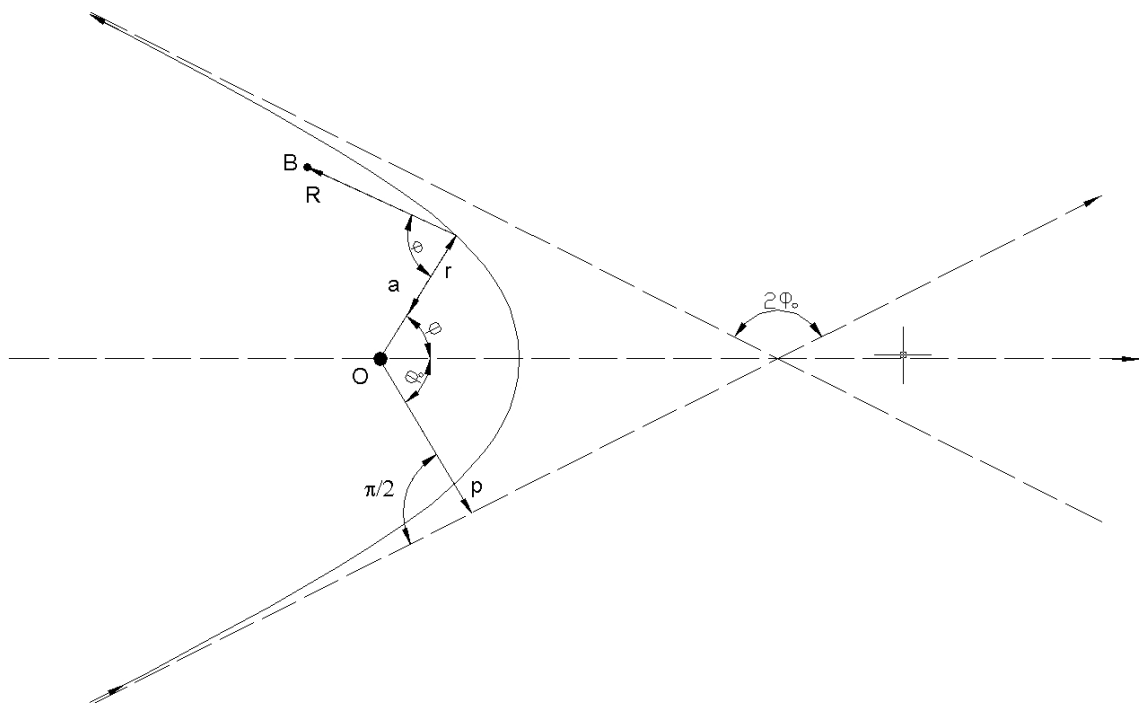


Рис.2. Траектория движения электрона при упругом взаимодействии с атомом: гипербола, в фокусе которой находится атом.

Под влиянием полученного ускорения электрон излучает электромагнитную энергию. В точке В напряженность электрического поля  $E$  и магнитного  $H$  равны:

$$H = E = \frac{ea}{c^2 R} \sin \varphi, \quad (2)$$

где  $\varphi$  — угол между направлением ускорения  $\vec{a}$  и радиус-вектором  $\vec{R}$ , проведенным из электрона в точку В. Интенсивность этого излучения определяется величиной вектора Умова – Пойнтинга  $\vec{I}$ :

$$I = \frac{c}{4\pi} EH = \frac{e^2}{4\pi c^3 R^2} a^2 \sin^2 \varphi. \quad (3)$$

Соответственно, полная энергия, излучаемая в единицу времени по всем направлениям, будет равна

$$\frac{dW}{dt} = \int_0^\pi I \cdot 2\pi R \sin \varphi \cdot R d\varphi = \frac{2e^2 a^2}{3c^3} \propto Z^2. \quad (4)$$

(Заметим, что формула (4) приведена для плоского случая, в общем случае необходимо проводить интегрирование по второму углу).

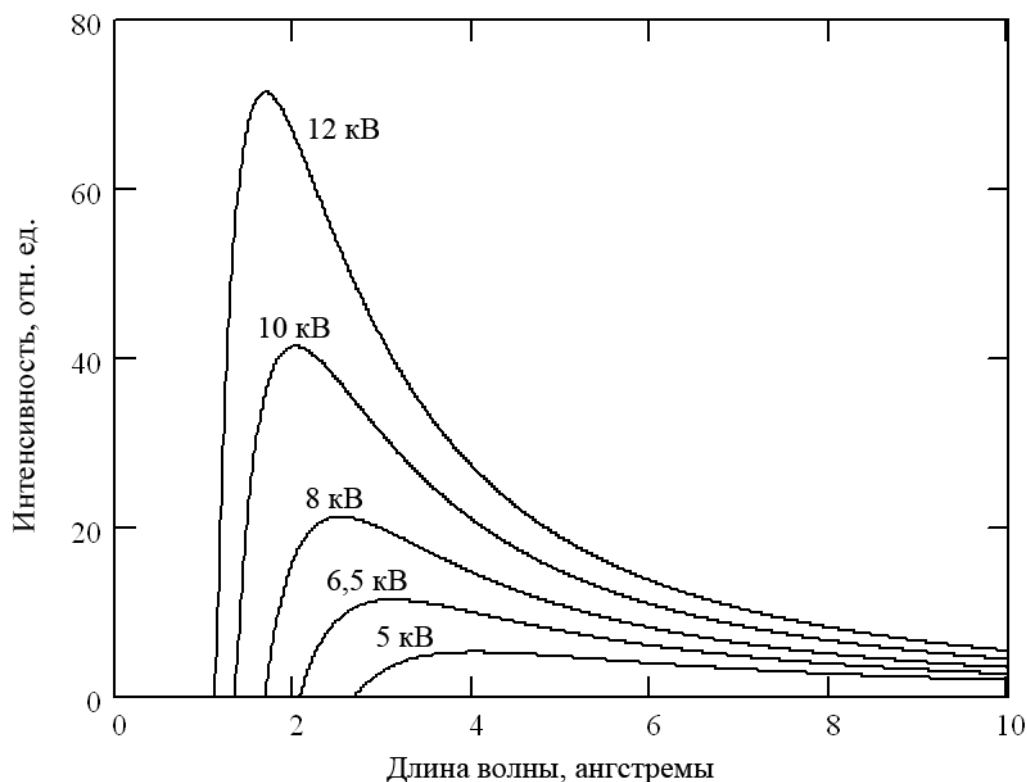


Рис. 3. Зависимость интенсивности непрерывного спектра для массивного вольфрамового анода от длины волны при разных напряжениях на рентгеновской трубке, в фокусе которой находится атом.

Эмпирическая зависимость спектральной интенсивности (на рис. 3 приведена для вольфрамового анода) имеет вид:

$$I_{\lambda} = \text{Const} \cdot \frac{c^2 Z}{\lambda_0 \lambda^3} (\lambda - \lambda_0), \quad (5)$$

что выполняется почти во всей области спектра, кроме участка вблизи коротковолновой границы  $\lambda_0$ . Согласно (5)  $I_{\lambda} = 0$  при  $\lambda = \lambda_0$  или  $\lambda = \infty$  и  $I_{\lambda}$  достигает максимума при

$$\lambda_{\text{макс}} = \frac{3}{2} \lambda_0. \quad (6)$$

## Характеристический спектр

Для объяснения особенностей характеристического спектра обратимся к квантовой теории (КТ) атома. КТ вводит представление об уровнях энергии атома, определяемых зарядом ядра, числом и распределением электронов по состояниям. Испускание или поглощение фотона характеристического излучения происходит в результате перехода атома из одного состояния в другое. Если обозначить энергию начального состояния атома  $E_i$ , энергию конечного состояния  $E_f$  и энергию фотона  $\varepsilon$ , то

$$\varepsilon = -\Delta E = -(E_f - E_i), \quad (7)$$

где  $\Delta E$  — изменение энергии атома. Знак минус показывает, что потерянная атомом энергия приобретена фотоном или наоборот.

В общем случае (т. е. в присутствии магнитного поля) состояние электронов в атоме характеризуются четырьмя квантовыми числами:  $n, l, m_l, m_s$ :

- $n$  — главное квантовое число, определяющее основной член энергии;  $n = 1, 2, 3, \dots$
- $l$  — азимутальное квантовое число, определяющее орбитальный механический момент электрона.  $l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$ .
- $m_l$  — проекция азимутального квантового числа  $l$  на направление магнитного поля  $H$ . Возможны только такие направления  $l$  по отношению к  $H$ , при которых  $m_l$  — целое. Т. о.,  $m_l$  может изменяться в пределах  $-l < m_l < l$ .
- $m_s$  — проекция спина на направление магнитного поля  $H$ . Для электрона  $m_s$  имеет всего два значения:  $m_s = \pm 1/2$ .

Кроме указанных выше четырех квантовых чисел, определяющих состояние электрона атома в магнитном поле, используется также так называемое внутреннее квантовое число  $J = l \pm s = l \pm 1/2$ , характеризующее полный угловой и магнитный моменты электрона.

Значение главного квантового числа  $n$  определяет электронную оболочку, к которой относится электрон:

$n$	1	2	3	4	5	6
Оболочка	$K$	$L$	$M$	$N$	$O$	$P$

Каждому  $n$  соответствует  $\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2$  состояний с различными значениями азимутального квантового числа  $l$ , в соответствии с которыми различают различные типы состояний электрона:

$l$	0	1	2	3	4	5
Тип	$s$	$p$	$d$	$f$	$g$	$h$

Каждому состоянию, в свою очередь, соответствует два электрона с различной ориентацией спина, т.е. общее число  $N$  электронов оболочки с главным квантовым числом  $n$  равно  $N = 2n^2$ .

Состоянием  $M$  атома будем называть состояние атома с ионизованным  $M$  уровнем. Линии спектра рентгеновского излучения возникают при переходах атома из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией. Группа наиболее интенсивных линий спектра называется дипольными линиями. Они возникают при соблюдении определенных соотношений между квантовыми числами начального и конечного уровней, называемыми дипольными правилами отбора:

1.  $|\Delta l| = 1$ ;
2.  $|\Delta J| = 0, 1$ ;
3.  $\Delta n \neq 0$ .

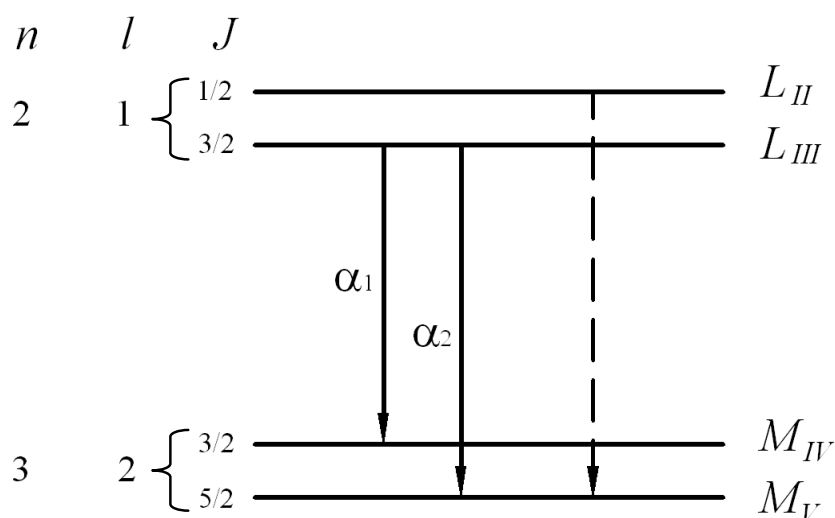


Рис. 4. Разрешенные дипольные переходы между уровнями  $L_{II,III}$  и  $M_{IV,V}$ .

На рис. 4 представлены переходы, разрешенные дипольными правилами отбора между уровнями  $L_{II,III}$  и  $M_{IV,V}$  (атом переходит из состояния  $L$  в состояние  $M$ ). Пунктиром показан запрещенный переход  $L_{II}$  на уровень  $M_V$ : для такого перехода не выполняется второе правило.

Вся группа линий, возникающая при возбуждении  $K$ -уровней атомов, называется  $K$ -серией. Вся группа линий, возникающая при возбуждении  $L$ -уровней атомов, называется  $L$ -серией и т. д. Линии, соответствующие переходу с изменением главного квантового числа  $\Delta n = 1$  называются  $\alpha$ -линиями,  $\Delta n = 2$  —  $\beta$ -линиями и т. д. Например,  $K\alpha$ -линия соответствует переходу с уровня  $L$  на уровень  $K$  (ионизован  $n$ -уровень,  $\Delta n = 1$ ) и  $K\beta$ -линия — переходу с уровня  $M$  на уровень  $K$  (ионизован  $n$ -уровень,  $\Delta n = 2$ ).

В случае тонкого анода интенсивность  $I$  линии характеристического спектра определяется вероятностью  $F_i$  ионизации внутреннего  $i$ -уровня атома, статистическим весом  $g_i$  этого уровня, вероятностью  $p_{if}$  перехода атома из состояния  $i$  в состояние  $f$  и энергией испущенного в результате перехода  $I \rightarrow f$  фотона, т. е. частотой  $\nu_{if}$ :

$$I_{if} \propto F_i g_i p_{if} \nu_{if}, \quad (8)$$

Отметим, что в случае массивного анода интенсивность линии будет еще зависеть от угла  $\varphi$  падения электронов на поверхность анода и угла  $\psi$  выхода рентгеновского излучения. Вероятность ионизации  $F_i$  определяется материалом мишени, а также энергией электронов.

Произведение  $F_i g_i$  определяет вероятность возбуждения всей группы линий, возникающих при ионизации уровня  $i$ . В случае  $K$ -уровня  $F_k g_k$  определяет вероятность возбуждения всей  $K$ -серии. В случае  $L$ -уровней мы будем иметь три значения произведения  $F_i g_i$  для каждого из трех подуровней  $L_I$ ,  $L_{II}$  и  $L_{III}$ . Каждое из этих произведений определяет вероятность возбуждения всей группы линий  $L$ -серии, возникающей при переходах электрона с одного соответствующего подуровня на все уровни  $f$  атома, на которые правила отбора разрешают такие переходы.

Произведение  $p_{if} \nu_{if}$  определяет относительную интенсивность отдельных линий, возникающих при возбуждении уровня  $i$  в результате всех переходов с уровня  $f$ .

На рис. 5 приведен пример зависимости интенсивности линии от напряжения на трубке, т. е., фактически, от энергии электронов. Такое поведение может быть легко объяснено: при увеличении энергии электронов они проникают в анод на большую глубину, соответственно, все большее количество атомов испускают данную линию спектра, что приводит к росту ее интенсивности. Однако при дальнейшем увеличении ускоряющего напряжения электроны глубоко проникают в мишень, и, роль поглощения рентгеновского излучения при выходе из анода начинает преобладать, интенсивность линии падает.

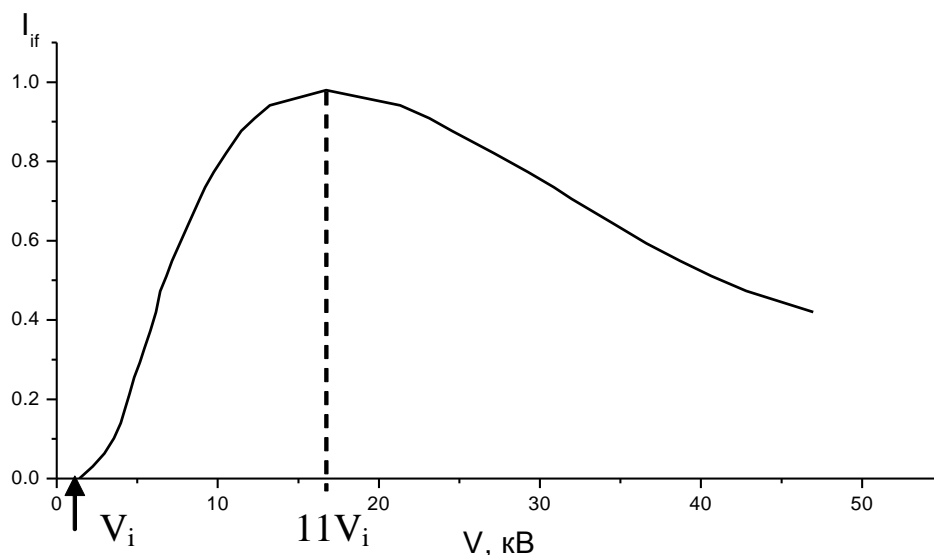


Рис. 5. Экспериментальная зависимость интенсивности линии  $K\alpha_{1,2}$  алюминия от напряжения  $V$ .

## Взаимодействие РИ с веществом. Рентгеновская оптика.

Рассмотрим атом водорода в модели Резерфорда. Электрон вращается вокруг ядра на расстоянии первой боровской орбиты  $a_B$ , тогда, согласно принципу неопределенности, его импульс может быть оценен как  $p \sim \hbar/a_B$ , откуда  $v \sim \hbar/ma_B$  и частота обращения электрона вокруг ядра составит  $\omega_0 \sim \hbar/ma_B^2$ . Подставляя  $\hbar \approx 10^{-34}$  Дж·с,  $m \approx 10^{-30}$  кг,  $a_B \approx 0,53 \cdot 10^{-10}$  м, нетрудно оценить  $\omega_0 \sim 10^{16}$  с<sup>-1</sup>. Пусть теперь длина волны излучения составляет  $\lambda = 0,1$  нм («жесткий рентген»), тогда ее частота  $\omega = 2\pi c/\lambda$  равна  $\omega \sim 10^{18}$  с<sup>-1</sup>. Поскольку  $\omega_0 \ll \omega$ , электрон в поле ядра можно считать свободным: во время взаимодействия с волной электрон не чувствует вращения. На основе этого допущения (см. контрольные вопросы) можно получить выражение для диэлектрической проницаемости среды в виде

$$\varepsilon = 1 - \omega^2 / \omega_p^2, \quad (9)$$

где  $\omega_p^2 = 4\pi Ne^2 / m$  — так называемая плазменная частота.

По мере увеличения длины волны рассмотренное приближение становится все менее справедливым, кроме того, возрастает влияние поглощения: в мягком рентгеновском диапазоне расположены линии поглощения большинства материалов. Для учета этих эффектов соотношение (9) должно быть модифицировано. Обычно [1] его записывают в виде

$$\varepsilon = 1 - \delta + i \cdot \gamma, \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} \delta \\ \gamma \end{pmatrix} = \frac{r_0}{2 \cdot \pi} \cdot \chi^2 \cdot N \cdot \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где  $\delta$  и  $\gamma$  — дисперсионная поправка и мнимая часть комплексной диэлектрической проницаемости материалов соответственно,  $r_0$  — классический радиус электрона и  $N$  — концентрация атомов. Атомный фактор рассеяния  $f = f_1 + i \cdot f_2$  вводится для характеристики рассеивающей способности атома. Его действительная часть  $f_1$  представляет собой число эквивалентных электронов,



рассеивающих падающую волну с Томсоновской амплитудой рассеяния каждый (т.е.  $f_I = 1,5$  будет означать, что электрон в атоме рассеивает излучение как полтора свободных электрона). Мнимая часть атомного фактора рассеяния ответственна за поглощение волны. Величина атомного фактора рассеяния материала зависит от длины волны излучения, соответствующие таблицы доступны через интернет [2].

Выразив концентрацию атомов через атомный вес  $\mu$ , весовую плотность  $\rho$  и число Авогадро  $N_A$  в виде  $N = N_A \cdot \rho / \mu$ , и подставив численные значения для  $r_0$  и  $N_A$ , выражение (2) перепишем в виде:

$$\begin{pmatrix} \delta \\ \gamma \end{pmatrix} \approx 0,54 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{\rho}{\mu} \cdot \lambda^2 \cdot \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где плотность  $\rho$  выражена в граммах на кубический сантиметр, атомный вес  $\mu$  — в атомных единицах массы (а. е. м.) и длина волны  $\lambda$  — в ангстремах. Для многокомпонентных пленок выражение (12) может быть переписано с учетом замен  $\mu \rightarrow \sum a_j \mu_j$ ,  $f \rightarrow \sum a_j f_j$ , где  $a_j$  — доля атомов сорта  $A_j$  ( $\sum a_j = 1$ ).

Например, для никеля Ni с параметрами  $\rho = 8,91 \text{ г/см}^3$ ,  $\mu = 58,69 \text{ а. е. м.}$ ,  $f_1 = 24,91$  и  $f_2 = 11,67$  для длины волны 1 нм, из соотношения (12) получим  $\delta = 2,04 \cdot 10^{-3}$  и  $\gamma = 9,57 \cdot 10^{-4}$ . Соответственно, диэлектрическая проницаемость Ni на этой длине волны составит приблизительно  $\varepsilon = 0,998$ . Для длины волны  $\lambda = 10 \text{ нм}$  значения параметров  $\delta = 7,89 \cdot 10^{-2}$  и  $\gamma = 8,06 \cdot 10^{-2}$ , диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon = 0,921 + i \cdot 0,08$ . В целом, используя соотношения (9)–(11) и данные атомных факторов рассеяния, можно легко проверить, что в интересующем нас спектральном диапазоне от 0,1 до 60 нм практически для всех материалов  $\varepsilon \approx 1$ ,  $\varepsilon < 1$ . Эта особенность взаимодействия рентгеновского излучения с веществом приводит к ряду интересных с точки зрения оптики физических эффектов.

### Полное внешнее отражение

Пусть рентгеновская волна падает из вакуума на непоглощающую среду под углом  $\theta$  к поверхности и преломляется под углом  $\varphi$  (см. рис. 6). Показатель преломления среды  $n = \sqrt{\varepsilon} < 1$ , вакуума  $n_V = 1$ . Поскольку  $n < n_V$ , из закона Снелиуса  $n_V \cdot \cos \theta = n \cdot \cos \varphi$  получим  $\varphi < 0$ . Будем уменьшать угол падения  $\theta$ . При некотором критическом значении  $\theta_c$  получим  $\varphi = 0$  — в среде нет проходящей волны. Критическое значение угла падения находится из закона Снелиуса:

$$\cos(\theta_c) = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{1 - \delta} \Rightarrow \theta_c \cong \sqrt{\delta}, \text{ т. к. } \delta, \theta_c \ll 1. \quad (13)$$

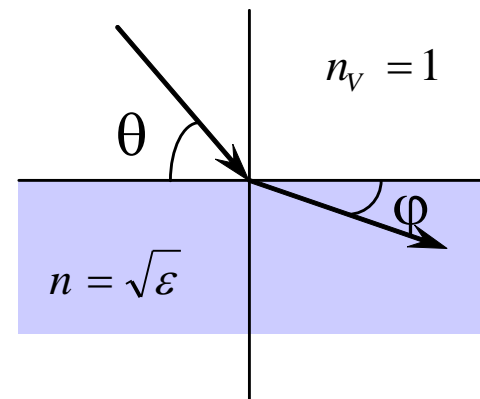


Рис. 6.

Таким образом, волна может проникать в среду только при углах падения больших критического, при  $\theta < \theta_c$  падающее излучение полностью отражается. Это явление аналогично явлению полного внутреннего отражения в оптике.

В рентгеновской оптике оно называется полным внешним отражением (ПВО), а угол  $\theta_c$  называют критическим или углом полного внешнего отражения.

Для непоглощающих сред при углах падения, меньших критического, отражение равно 1. Для поглощающих сред, что реализуется практически всегда в интересующем нас диапазоне длин волн, коэффициент отражения всегда меньше единицы, но близок к ней.

Приведем характерную величину критического угла для Ni на длине волны  $\lambda = 1$  нм:  $\theta_c = \sqrt{\delta} = (2,03 \cdot 10^{-3})^{0,5} = 4,51 \cdot 10^{-2}$  рад = 1,29°.

В случае с МР и ЭУФ излучением, когда пренебречь поглощением нельзя, невозможно говорить в строгом смысле о критическом угле ПВО. В этом случае имеет смысл говорить об области углов падения, при которых еще происходит отражение. Кривая отражения от угла падения уже не будет иметь резкого спада (излома) при угле  $\theta_c = \sqrt{\delta}$ , а будет плавно спадать с ростом  $\theta$ , тем не менее, и в этом случае заметное отражение наблюдается только при малых скользких углах.

### Малость коэффициентов отражения при $\theta > \theta_c$

Формулы Френеля для амплитудного коэффициента отражения имеют вид

$$r_F^s = \frac{\sqrt{\varepsilon_v - \cos^2 \theta} - \sqrt{\varepsilon - \cos^2 \theta}}{\sqrt{\varepsilon_v - \cos^2 \theta} + \sqrt{\varepsilon - \cos^2 \theta}}, \quad r_F^p = \frac{\varepsilon \sqrt{\varepsilon_v - \cos^2 \theta} - \varepsilon_v \sqrt{\varepsilon - \cos^2 \theta}}{\varepsilon \sqrt{\varepsilon_v - \cos^2 \theta} + \varepsilon_v \sqrt{\varepsilon - \cos^2 \theta}} \quad (14)$$

для s и p-поляризаций соответственно.

Энергетический коэффициент отражения  $R(\theta) = |r_F|^2 = r_F r_F^*$ . Учитывая малость  $\delta$ , приближенно получим

$$R \cong \left| \frac{\delta \cdot \sigma(\theta)}{4 \sin^2 \theta} \right|^2, \quad \text{где } \sigma(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{для s-поляризации} \\ \cos(2\theta) & \text{для p-поляризации} \end{cases}. \quad (15)$$

В частном случае нормального падения  $\theta = 90^\circ$  коэффициент отражения составит  $R(\theta) = \delta^2/16 \ll 1$ . В частности, для Ni на длине волны  $\lambda = 1$  нм имеем  $\delta = 2,03 \cdot 10^{-3}$ , коэффициент отражения при нормальном падении  $R = 2,58 \cdot 10^{-7}$ .

Из (15) также следует, что для всех веществ в рентгеновском диапазоне угол Брюстера (т. е. угол, при котором коэффициент отражения p-поляризации равен нулю) составляет приблизительно 45°.

Таким образом, отражающая оптика может быть основана только на эффекте полного внешнего отражения. При этом малые рабочие углы (доли градусов в жесткой области и единицы в мягкой) существенно снижают светосилу рентгенооптических схем. Из-за низкой числовой апертуры и значительных геометрических aberrаций, возникающих в зеркалах при скользких углах падения, такие системы не позволяют получать высокое, сравнимое с длиной волны, пространственное разрешение.

## Поглощение излучения

При прохождении излучения в однородной среде интенсивность пучка вдоль начального направления ослабляется по двум причинам. Во-первых, за счет исчезновения фотонов — истинное поглощение, и, во-вторых, за счет изменения первоначального направления фотонов — рассеяние. Рассмотрим первый случай.

Поглощение происходит в результате фотоэффекта, когда энергия фотона затрачивается на ионизацию атома. Очевидно, что ионизация возможна только в том случае, когда энергия фотона превышает энергию ионизации. Соответственно, при малых энергиях фотонов (большая длина волны) ионизируются высокие оболочки,  $M$ , далее, с ростом энергии фотона —  $L$  и, наконец, нижняя  $K$ -оболочка. Поэтому зависимость коэффициента поглощения от энергии фотона носит сложный характер: быстро спадает, но при этом имеет ряд сильных максимумов (всплесков), возникающих, когда энергия фотона превысит потенциал ионизации соответствующей атомной оболочки.

Интенсивность излучения  $I(z)$  на глубине  $z$  может быть записана в виде:

$$I(z) = I_0 \cdot e^{-\frac{z}{\bar{\lambda}}}, \quad (16)$$

где  $I_0$  — интенсивность падающего излучения,  $\bar{\lambda}$  — средняя длина поглощения излучения. Например, для  $Ni$  на длине волны  $\lambda = 1$  нм при нормальном падении  $\bar{\lambda} = 0,168$  мкм. В длинноволновой области эта длина может уменьшиться более чем на порядок, в коротковолновой — возрасти. Тем не менее, на этом примере видно, что толщина рентгенооптических элементов (если они работают на пропускание) должна быть не более долей микрона. Это имеет серьезные последствия, как с точки зрения генерации, так и распространения излучения данного диапазона в реальных рентгенооптических схемах.

Классическая рентгеновская трубка — например такая, какую используют в медицине — представляет собой электровакуумный прибор. Излучение из него выходит через бериллиевое окно толщиной 150–200 мкм и попадает в атмосферу. Воспользовавшись [2], нетрудно вычислить, что на длине волны 1 нм поглощение в окне составит более 99,98%. (В длинноволновой области оно будет еще выше). Поглощение в воздухе на 1 мм составит более 20%. Это означает, что рентгенооптическая схема может работать только в вакууме: рентгеновская трубка должна быть без окна, максимальная длина волны, при которой работа может вестись в атмосфере, составляет  $\lambda_{max} \approx 0,3$  нм.

## Преломляющая оптика

В классической оптике основным элементом изображающих схем является линза, работающая на принципе прохождения и преломления лучей на поверхности. Фокусное расстояние линзы  $F$  с показателем преломления  $n$  и с одной сферической поверхностью радиуса  $R$  равно

$$F = \frac{R}{n-1}. \quad (17)$$

Численную оценку снова приведем для Ni на длине волны  $\lambda = 1$  нм:  $n = \sqrt{\text{Re}(\varepsilon)} = \sqrt{1 - \delta} \cong 1 - \delta/2 = 0,998985$ , получим  $F \approx -R \cdot 10^3$ . Отсюда можно сделать два важных вывода. Во-первых, фокус отрицательный, т.е. если в оптическом диапазоне фокусирующие линзы имеют выпуклую форму, то в рентгеновском диапазоне — наоборот, вогнутую. Во-вторых, для достижения разумного фокуса (например,  $F = 1$  м) радиус поверхности должен составлять 1 мм!

Создание поверхностей с такими (и меньшими) радиусами — это предмет современных микроэлектронных технологий. И действительно, в последнее время такие элементы были созданы, однако, из-за значительного поглощения (см. пункт 1.4) они могут работать только в области жесткого рентгеновского излучения  $\lambda < 0,1$  нм, а радиусы поверхностей для такого диапазона составляют порядка 1-10 микрон. К сожалению, из-за малых радиусов поверхности и несовершенств технологического процесса качество фокусировки таких элементов весьма низкое и, соответственно, их применение весьма ограничено.

### **Особенности мягкого РИ**

Излучение мягкого рентгеновского диапазона имеет некоторые специфические свойства отличающие его от более распространенного жесткого рентгеновского излучения.

1. глубина проникновения во все материалы составляет единицы или доли микрометра;
2. отражательная способность (при нормальном падении) всех материалов в указанной области спектра, также как и для жесткого излучения, крайне низка — от тысячных долей до нескольких процентов;
3. излучение поглощается в воздухе, поэтому экспериментальные установки и приборы должны содержать вакуумные камеры.

Несмотря на очевидные трудности работы с МР-излучением, оно все чаще применяется в научных исследованиях, технике и технологии. Причина заключается в особенности взаимодействия МР-излучения с веществом.

Во-первых, энергия МР-фотонов совпадает с энергией колебаний внутренних атомных электронов, благодаря чему рентгеновская спектроскопия представляет собой важный метод изучения строения вещества.

Во-вторых, в МР-диапазоне лежит максимум излучения горячей плазмы с температурой 50–1000 эВ, поэтому МР-излучение служит наиболее естественным источником информации о физических процессах, протекающих в таких объектах, как термоядерная плазма, Солнце, горячие звезды и т. п.

В-третьих, по сравнению с оптическим, МР-излучение обладает чрезвычайно малой проникающей способностью, поэтому оно используется для микроскопических исследований тонких пленок и приповерхностных слоев твердых тел.

И, наконец, в последние годы активно ведутся работы по рентгенолитографии, призванной в будущем по мере миниатюризации микросхем заменить фотолитографию, являющуюся в данный момент ключевой технологией при производстве элементов микроэлектроники, оптики и микрооптики, микромеханики. Основными преимуществами этой технологии являются высокая производительность, низкая дефектность рисунка и возможность формирования рисунков на больших, десятки на десятки сантиметров, площадях. Количество элементов топологии микросхемы определяет уровень её интеграции, который в современных интегральных схемах микропроцессоров и памяти уже превышает  $10^9$  элементов/чип. Уменьшение проектных топологических норм не только увеличивает информационную ёмкость, но и уменьшает расстояние между элементами микросхемы, что приводит к росту скорости передачи сигналов, то есть увеличивается быстродействие микросхемы в целом. Минимальный размер топологического элемента, который может быть воспроизведён на пластине, определяется целым рядом факторов, наиболее очевидный из которых, согласно критерию Релея — длина волны излучения. В настоящий момент проекционная фотолитография глубокого ультрафиолетового излучения с длиной волны 193 нм достигла разрешения в 30 нм, что является практически пределом разрешающей способности. Кардинальным решением проблемы является переход в области экстремального ультрафиолетового (EUV) или мягкого рентгеновского излучения. Область длин волн в окрестности 10 нм является оптимальной для фотолитографии, так как на этих длинах волн можно сформировать в фоторезисте минимально возможные элементы. Это связано с компромиссом между дифракционным уширением изображения с ростом длины волны и уширением, вызванным вторичными электронами, увеличивающимся с ростом энергии фотонов. В последние годы российские и зарубежные научные центры сосредоточили внимание на разработке и изготовлении литографического оборудования для длины волны 13,5 нм, для которой существуют высокоотражающие многослойные структуры (МСС) Mo/Si (см. раздел III).

## II. Рефлектометр на базе РСМ-500

Рентгенооптические методы исследования сводятся к изучению отражения (прохождения, рассеяния) РИ исследуемыми структурами. В рамках данной работы можно выделить два основных направления:

1. Измерение спектральных зависимостей коэффициента отражения  $R = R(\lambda)$  при фиксированном угле падения излучения на образец;
2. Измерение угловых зависимостей коэффициента отражения  $R = R(\theta)$  при фиксированной длине волны  $\lambda$ .

Первый вид измерений предполагает наличие монохроматора с высоким спектральным разрешением и возможность перестройки длины волны (например, работы на тормозном излучении  $W$  мишени). Второй вид измерений, строго говоря, может проводиться и без монохроматора при работе на узкой характеристической линии, но здесь очень велики требования к точности установки угла падения излучения на образец и угла детектора.

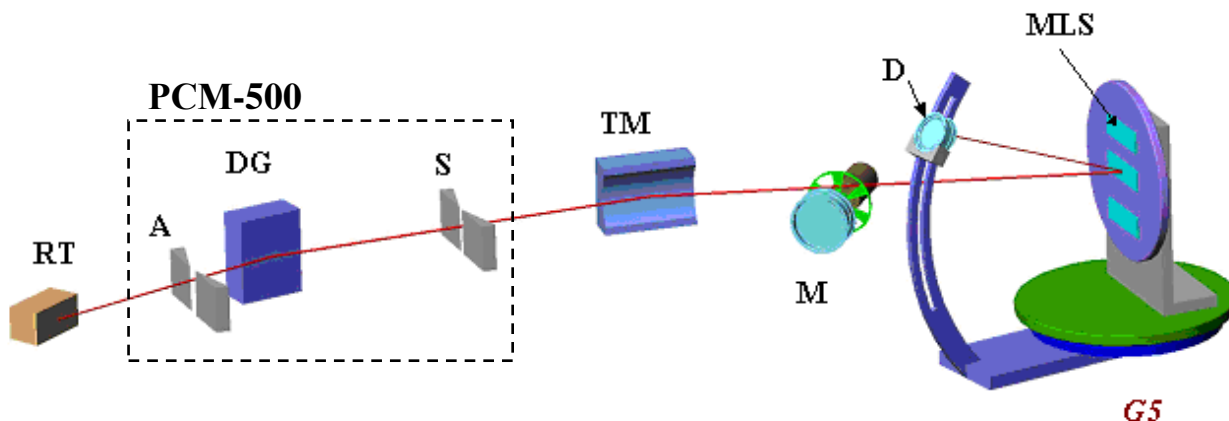


Рис. 7. Оптическая схема рефлектометра на базе спектрометра монохроматора PCM-500. RT — рентгеновская трубка, А — входная щель (коллиматор), DG — дифракционная решетка, S — выходная щель, TM — тороидальное фокусирующее зеркало, М — монитор подающего излучения, G5 — пятиосный гониометр, D — детектор.

Разработка спектрометров-монохроматоров с высоким спектральным разрешением (не хуже 0,01 нм) для мягкой и ультрамягкой областей рентгеновского диапазона осложняется тем, что прибор должен быть высоковакуумным. В данной работе применяется рефлектометр, построенный на базе спектрометра-монохроматора PCM-500. Оптическая схема представлена на рис. 7.

## Описание основных элементов рефлектометра

### Рентгеновская трубка

Рентгеновская трубка (рис. 8) включает в себя

1. *Термокатод*, который при нагреве эмитирует электроны (происходит т. н. термоэлектронная эмиссия). Ток с единицы поверхности нагретого материала, находящейся при однородной абсолютной температуре  $T$ , определяется формулой

$$I = AT^2 e^{-W/kT} \quad (18)$$

$$A = \frac{4\pi m k^2 e}{h^3}, \quad (19)$$

где  $A$  — постоянный множитель,  $k$  — постоянная Больцмана, а  $W$  — работа выхода, характерная для данного материала, но зависящая от состояния его поверхности (см. таблицу 1); она равна минимальной энергии, необходимой для удаления электрона с поверхности материала.

2. *Фокусирующий электрод*, с помощью которого можно формировать размер пятна на мишени, и соответственно размер источника рентгеновского излучения.

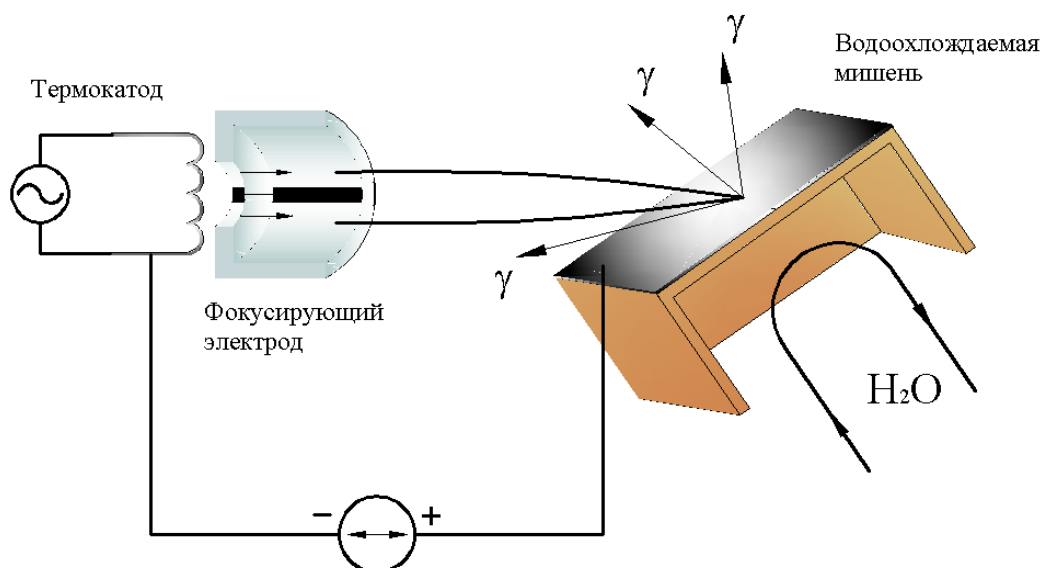


Рис.8. Схема рентгеновской трубки.

Таблица 1. Применяемые термокатоде

Материал	Работа выхода, эВ	Плотность тока, А/см <sup>2</sup>
W	4,54	0,1
WThO <sub>2</sub>	3,0 – 3,3	1
LaB <sub>6</sub>	2,41 – 3,20	10

3. *Мишень* — анод, находящийся под ускоряющим потенциалом относительно катода. При взаимодействии ускоренных электронов с материалом мишени происходит генерация рентгеновского излучения.

## Дифракционная решетка

См. лекции по общей физике, раздел «Оптика», а также контрольные вопросы.

## Гониометр

Гониометр — прибор, с помощью которого можно одновременно регистрировать направление рентгеновских лучей, отраженных от исследуемого образца и положение образца в момент возникновения дифракции. Гониометр, используемый в работе, обладает 5-ю степенями свободы: 1) вращение вокруг вертикальной оси; 2) вращение вокруг горизонтальной оси; 3) вращение вокруг оси, перпендикулярной плоскости образца; 4) линейное перемещение вдоль вертикальной оси; 5) линейное перемещение вдоль оси, перпендикулярной плоскости образца. Все это позволяет проводить исследование оптических свойств в каждой точке образца сложной неплоской формы.

## Детектор

При регистрации фотонов с энергией менее 10 кэВ, основным физическим процессом взаимодействия с твёрдым телом является фотоэффект, т. е. передача всей энергии фотона  $E_p$  одному электрону,  $E_e = E_p - E_i$ , где  $E_i$  — энергия ионизации атома. Основным механизмом взаимодействия электрона с энергией  $E_e$  с веществом является упругое соударение с атомными ядрами и неупругое — с электронами атомов. Последнее взаимодействие может приводить к возбуждению и ионизации атомов и появлению новых электронов, которые, в зависимости от энергии, также могут ионизовать другие атомы. Этот процесс размножения электронов прекращается после того, как энергия электронов станет меньше энергии ионизации или энергии перевода электрона из валентной зоны в зону проводимости полупроводниковых материалов.

Последний механизм используется при регистрации квантов полупроводниковыми диодами. В кремниевых диодах на образование пары электрон-дырка в среднем тратится 3,6 эВ энергии. Таким образом, один фотон с энергией 100 эВ приведёт, в среднем, к рождению 28 пар. Кроме того, данный тип детекторов обладает высокими шумами, вызванными тепловой генерацией неосновных носителей в зоне  $p-n$  перехода. Поэтому он может применяться в качестве однофотонного детектора только при охлаждении до азотных температур.

В основном распространение для регистрации МР и ЭУФ излучения в режиме счета единичных фотонов получили вторичные электронные умножители (ВЭУ) [3]. Фотон падает на первый динод (электрод) ускоряющей системы. В материале динода возникает фотоэлектрон, энергия которого, по механизму, описанному выше, преобразуется в каскад электронов. При этом существует вероятность, что хотя бы один электрон покинет материал и выйдет в вакуум (явление внешнего фотоэффекта). Минимальная энергия фотона, при которой возможно это явление  $E_p = A$ , где  $A$  — работа выхода электрона из твёрдого тела. Электрон, рождённый первым динодом, попадает в сильное электрическое поле второго динода, ускоряется и достигает его, затем второй динод эмитирует электроны и т.д. В настоящее время применяются ВЭУ с непрерывной динодной системой (канальные электронные умножители — КЭУ и микроканальные умножители (микроканальные пластины) — МКП). В умножителях этого типа в качестве эмиттера используются полупроводящие свинцовые стёкла. Благодаря большому удельному сопротивлению удаётся создать значительное продольное электрическое поле в канале порядка 10 кВ/см и соответственно достичь коэффициента усиления до  $10^8$ . Главным достоинством данного типа детектора являются низкие шумы и малые габариты.

В данном рефлектометре установлен детектор типа ВЭУ, обладающий двумя степенями свободы: 1) вращение вокруг вертикальной оси; 2) вращение вокруг горизонтальной оси.



### III. Многослойная рентгеновская оптика мягкого диапазона: рентгеновские зеркала

В теоретической работе Виноградова и Зельдовича в 1977 году было показано, что, несмотря на низкие коэффициенты отражения рентгеновского излучения от одной границы, в многослойной структуре, состоящей из чередующихся слоев материалов с различной оптической плотностью, коэффициенты отражения зеркал достигают десятков процентов во всем интересующем нас диапазоне углов (это происходит благодаря интерференции волн, отраженных от различных границ). Через два года независимо в США (Е. Шпиллер) и СССР (группа С. В. Гапонова и Н. Н. Салащенко) эти выводы были подтверждены экспериментально.

Рассмотрим структуру с периодической диэлектрической проницаемостью [4], что на практике достигается послойным напылением двух веществ (рис. 9). Такую структуру мы и будем называть многослойным рентгеновским зеркалом (МРЗ). Падающее на МРЗ излучение переотражается от каждого слоя, отраженный сигнал представляет собой результат многолучевой интерференции.

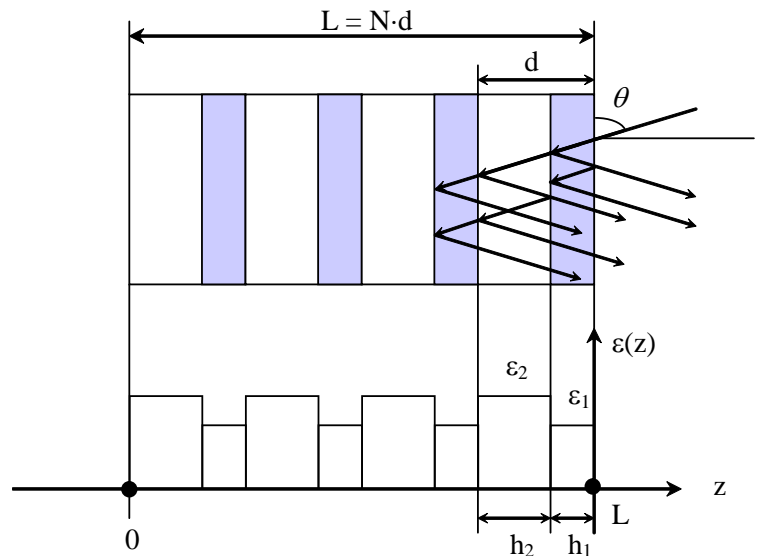


Рис. 9. Рентгеновское зеркало.

При правильном подборе периода можно добиться, чтобы отраженные лучи складывались в фазе, что и приводит в сумме к высоким коэффициентам отражения. Рассмотрим этот эффект подробнее.

Основные параметры задачи:

$\lambda$  — длина волны падающего излучения.

$\theta$  — угол скольжения;

$$\varepsilon_1 = 1 - \delta_1 + i\gamma_1,$$

$\varepsilon_2 = 1 - \delta_2 + i\gamma_2$  — диэлектрические проницаемости слоев;

$h_1, h_2$  — толщины слоев;

$d = h_1 + h_2$  — период структуры;

$\beta = h_1/d$  — доля сильнопоглощающего слоя в периоде,  $\beta \in (0,1)$ ;

$N$  — число периодов;

$L = N \cdot d$  — длина структуры.

Для описанной среды будем интересоваться коэффициентом отражения по интенсивности  $R(L)$  в случае  $s$ -поляризованной волны.

Периодическую диэлектрическую проницаемость, приведенную на рис. 1 можно разложить в ряд Фурье:

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos(q_m z), \text{ где } q_m = \frac{2\pi m}{d} \quad (20)$$

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_1 \beta + \varepsilon_2 (1 - \beta), \quad a_m = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\pi m} \sin(\pi m \beta) \quad (21)$$

Отметим, что для всех веществ в рентгеновском диапазоне справедливо  $\varepsilon_0 \approx 1$ ,  $a_m \sim \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \ll 1$ . Волновое поле в среде подчиняется уравнению Гельмгольца:

$$\frac{d^2 E}{dz^2} + k_0^2 (\varepsilon(z) - \cos^2 \theta) E = 0,$$

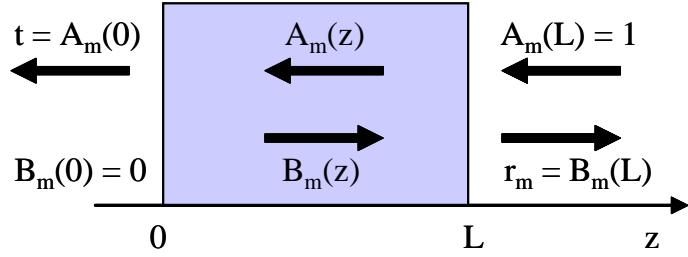


Рис. 10.

(22)

где диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon(z)$  описывается уравнением (20),  $k_0 = 2\pi/\lambda$ . Для решения (22) воспользуемся методом медленных амплитуд. Решение (22) в околорезонансной области будем искать в виде  $E(z) = A(z)e^{-iq_m z/2} + B(z)e^{iq_m z/2}$ , где  $A(z)$ ,  $B(z)$  — комплексные амплитуды, медленно изменяющиеся на масштабе периода МРЗ. Подставляя решение в (22) и пренебрегая  $A''(z)$ ,  $B''(z) \sim (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2/d^2$ , можно получить систему линейных «укороченных» уравнений первого порядка, описывающую взаимодействие прямой (A) и обратной (B) волн в среде:

$$\begin{cases} iA' = u_m A + \Delta_m B, \\ -iB' = u_m B + \Delta_m A, \end{cases} \quad (23)$$

где

$$u_m = \frac{1}{q_m} [k_0^2 (\varepsilon_0 - \cos^2 \theta) - q_m^2 / 4], \quad \Delta_m = \frac{k_0^2 a_m}{q_m}. \quad (24)$$

Величина  $u_m$  имеет смысл отстройки от резонанса, при учете  $\varepsilon_0 \approx 1$   $u_m = 0$  соответствует хорошо известному условию Брэгга  $2d \sin \theta_m = \lambda m$ .

Решив (23) с граничными условиями  $B(0) = 0$ ,  $A(L) = 1$ , можно получить выражение для коэффициента отражения вблизи  $m$ -го дифракционного максимума  $r_m = B(L)$ :

$$r_m = \frac{i\Delta_m \operatorname{th}(\gamma_m L)}{\gamma_m - iu_m \cdot \operatorname{th}(\gamma_m L)}, \quad \gamma_m = \sqrt{\Delta_m^2 - u_m^2} \quad (25)$$

Выражение (25) содержит естественный масштаб длины (глубина экстинкции)  $L_{\text{ex}} = 1/|\Delta_m|$ , определяющий глубину проникновения волнового поля в толщу среды. Коэффициент отражения по интенсивности составит  $R_m = r_m r_m^*$ .

В случае  $L \gg L_{\text{ex}}$  при  $u_m < \Delta_m$  и отсутствии поглощения из (16) получаем  $R_m = 1$  (заметим, что диэлектрическая проницаемость МРЗ близка к вакуумной), величина  $\Delta_m$  имеет смысл ширины резонансной кривой.

В противоположном случае  $L \ll L_{\text{ex}}$  из (25) получим  $R_m = |\Delta_m|^2 |e^{2iu_m L} - 1|^2 / |2u_m|^2$   
 $R_m = |\Delta_m|^2 |e^{2iu_m L} - 1|^2 / |2u_m|^2$ , т. е. при  $u_m = 0$  имеем  $R_m^{\text{max}} = \Delta_m^2 L^2$ .

Приведенное рассмотрение предполагает, что границы раздела сред плоские. На самом деле это не так. При напылении на границах хаотическим образом формируются «бугорки» и «ямки». Такой вид дефектов называется шероховатостью. В предположении, что масштаб шероховатостей для всех границ одинаков, шероховатости на разных границах формируются независимо, а их высоты подчиняются гауссовому закону распределения с дисперсией  $\sigma$ , учет шероховатости эффективно приводит к изменению величины гармоник диэлектрической проницаемости  $a_m \rightarrow a_m \exp(-q_m^2 \sigma^2 / 2)$ , что приводит к проседанию и обужению дифракционного пика, связанному с увеличением длины экстинкции.

## Задания для студентов

### Измерение спектра мишени (W, Fe) в доступном диапазоне частот. Объяснение вида полученного спектра

1. Убедиться, что остаточное давление в рабочем объеме не превышает  $4 \cdot 10^{-4}$  Па.
2. Запустить программу управления рентгеновским спектрометром монохроматором РСМ-500. Включить детектор рентгеновского излучения, убедиться, что интенсивность шумовых импульсов не превышает 1 имп./сек.
3. Вращением ручки выбрать требуемую мишень рентгеновской трубки.
4. Под контролем преподавателя включить блок питания рентгеновской трубки и плавно довести ток накала термокатода до значения 6,2 А, затем установить ускоряющее напряжение рентгеновской трубки 6,0 кВ. Проверить измеряемое значение тока эмиссии и сравнить его с указанным преподавателем.
5. Для юстировки оптической схемы РСМ – образец – детектор настроить прибор на указанную преподавателем длину волны. Определить «нулевое» положение детектора, Вывести образец из пучка рентгеновского излучения (установить координату  $x = 10$ ).
6. Вручную установить начальную координату сканирования по спектру (определяется преподавателем).
7. Запустить сканирование по спектру в диапазоне длин волн и с шагом, указанными преподавателем.
8. Построить полученный график, воспользовавшись [4] определить линии спектра.

## Исследование отражательной способности МРЗ

1. Под наблюдением преподавателя напустить воздух под колпак гониометра, для чего вначале перекрыть объемы с высоковакуумными насосами.
2. Закрепить исследуемый образец на гониометре.
3. Под наблюдением преподавателя включить откачку воздуха до давления  $4 \cdot 10^{-4}$  Па.
4. Произвести включение установки так, как это описано в предыдущем задании.
5. Вручную установить мишень, положение дифракционной решетки генерации требуемой длины волны (определяется преподавателем).
6. Произвести юстировку оптической схемы РСМ — образец — детектор, образец выставить параллельно пучку.
7. Зная период МРЗ, определить примерное положение брэгговского максимума.
8. Снять кривую отражения МРЗ в области максимум в виде  $I(\theta)$  (интенсивность).
9. Определить интенсивность нулевого пучка  $I_0$ .
10. Построить кривую отражения МРЗ  $R(\theta) = I(\theta)/I_0$ .
11. Сопоставив полученный результат с (25), либо воспользовавшись [2], определите примерные параметры структуры.

## Контрольные вопросы

- Какой диапазон волн относят к мягкому рентгеновскому излучению? Почему работа в этом диапазон должна производиться в вакууме?
- Опишите принцип работы рентгеновской трубки. Какие еще источники рентгеновского излучения вам известны?
- Выведите формулу дифракционной решетки, объясните ее использование в качестве монохроматора.
- Какой тип детектора используется в данной установке? В чем его преимущества?
- Что такое  $\varphi$ - $2\varphi$  сканирование?
- Установка оснащена пятиосным гониометром (см. раздел II). Пусть из-за люфтов и сбоев в работе системы сбились и должны быть настроены 2 координаты: угол вращения образца и угол вращения детектора. Как это можно сделать? (В качестве реперной точки использовать пучок РТ.)
- В модели свободного электрона получите выражение для диэлектрической проницаемости вещества в виде (11).

- Что такое МРЗ? За счет какого эффекта достигаются высокие коэффициенты отражения МРЗ?
- Как можно сделать поляризатор для рентгеновского излучения?

## Литература

[1] *М. А. Блохин* Физика рентгеновских лучей, М: Государственное издательство технико-теоретической литературы (1953).

[2] [http://www-cxro.lbl.gov/optical\\_constants](http://www-cxro.lbl.gov/optical_constants)

[3] *М. Р. Айнбунд, Б. В. Поленов* Вторично-электронные умножители открытого типа и их применение М. Энергоиздат, 140 с. (1987).

[4] *А. В. Виноградов, Б. Я. Зельдович* О многослойных зеркалах для рентгеновского и далекого ультрафиолетового излучения, Оптика и спектроскопия, **42(4)** с. 708 (1977).